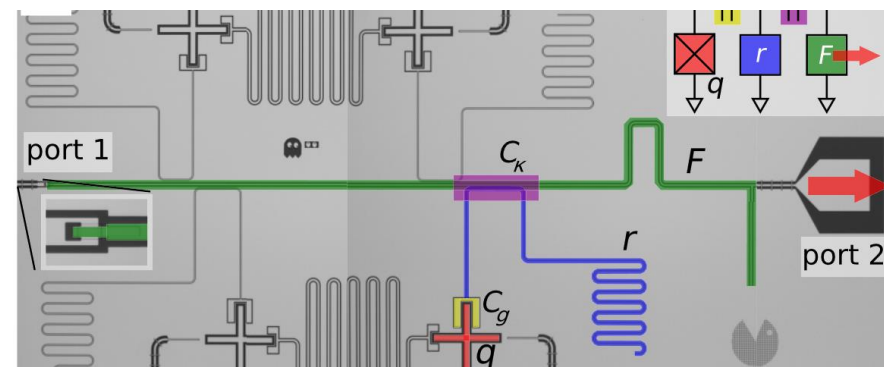
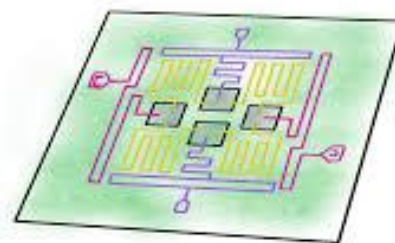


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

الکترو دینامیک کوانتومی مداری

Circuit Quantum Electrodynamics

سید مجتبی طباطبائی



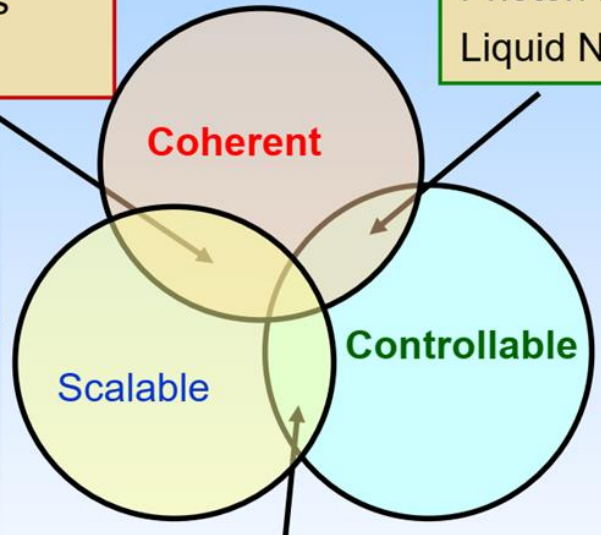
مدرسه زمستانه رایانش کوانتومی ابرسانا

دانشگاه خوارزمی - بهمن ۱۴۰۲



Spins and Quasi-spins
in Semiconductors
Quantum Dots

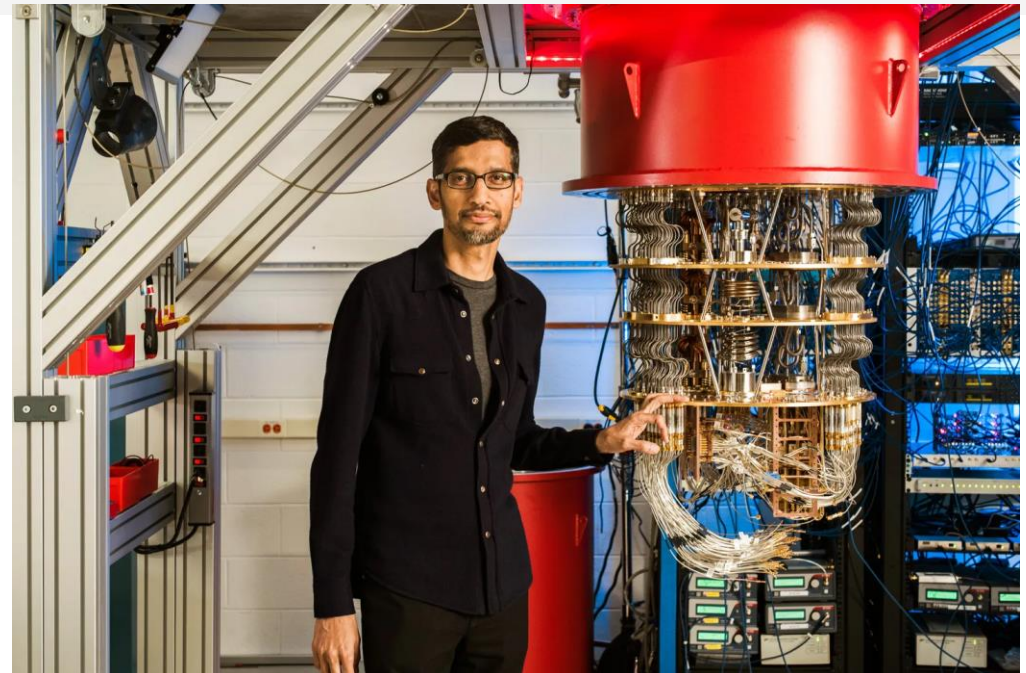
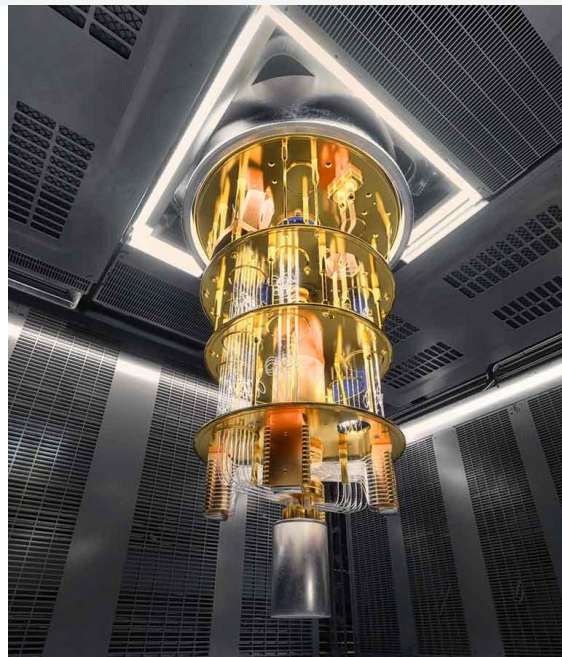
Trapped Ion
Photon-Atom
Liquid NMR



Cooper-Pair Box-Charge Qubit
Single Junction – Phase Qubit
Rf-SQUID: Flux Qubit



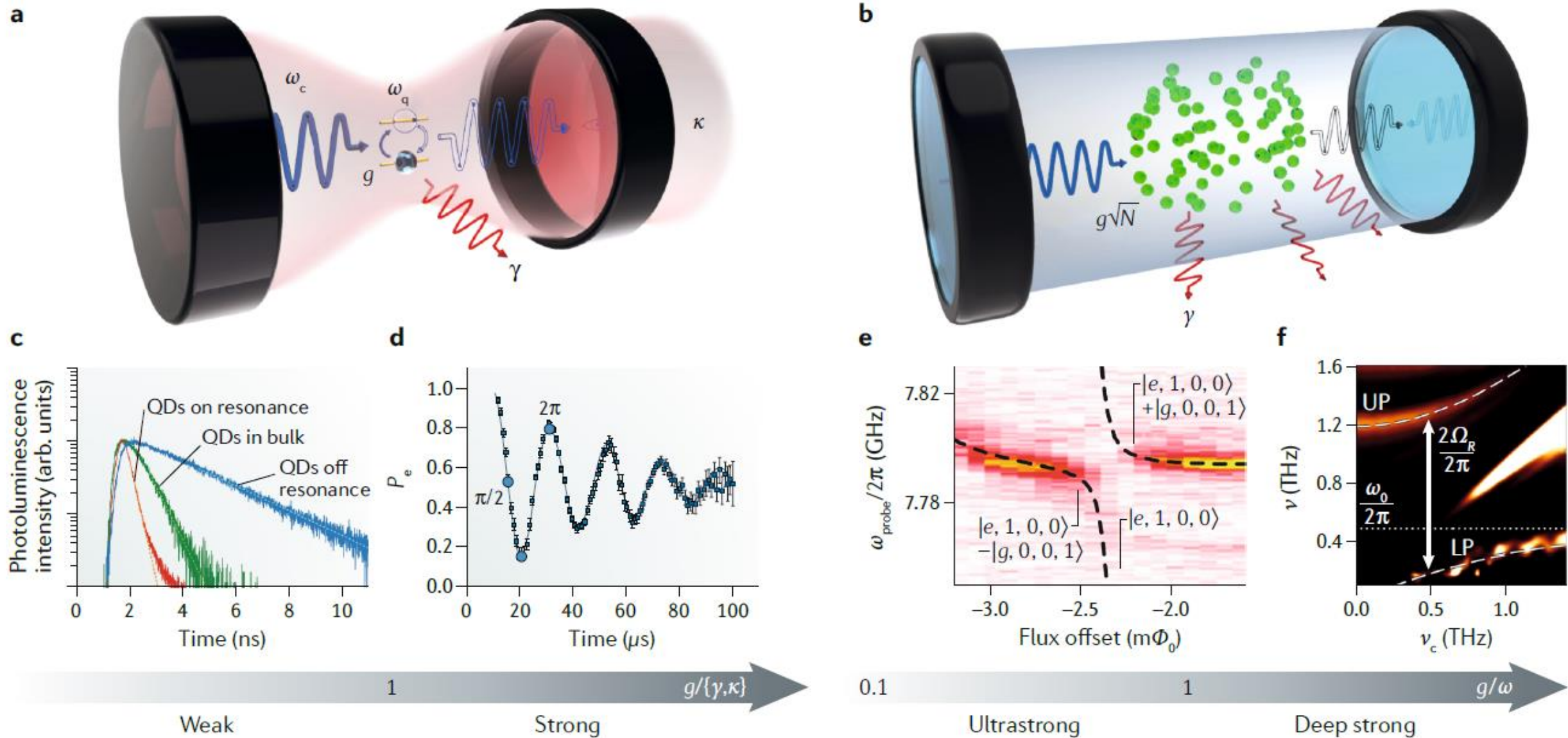
	2016–2019 ✓	2020 ✓	2021 ✓	2022 ✓	2023 ✓	2024	2025	2026	2027	2028	2029	2033+
	Run quantum circuits on the IBM Quantum Platform	Release multi-dimensional roadmap publicly with initial aim focused on scaling	Enhancing quantum execution speed by 100x with Qiskit Runtime	Bring dynamic circuits to unlock more computations	Enhancing quantum execution speed by 5x with quantum serverless and Execution modes	Improving quantum circuit quality and speed to allow 5K gates with parametric circuits	Enhancing quantum execution speed and parallelization with partitioning and quantum modularity	Improving quantum circuit quality to allow 7.5K gates	Improving quantum circuit quality to allow 10K gates	Improving quantum circuit quality to allow 15K gates	Improving quantum circuit quality to allow 100M gates	Beyond 2033, quantum-centric supercomputers will include 1000's of logical qubits unlocking the full power of quantum computing
Data Scientist						Platform						
						Code assistant	Functions	Mapping Collection	Specific Libraries			General purpose QC libraries
Researchers					Middleware							
				Quantum Serverless ✓	Transpiler Service	Resource Management	Circuit Knitting x P	Intelligent Orchestration			Circuit libraries	
Quantum Physicist		Qiskit Runtime										
	IBM Quantum Experience ✓	QASM3 ✓	Dynamic circuits ✓	Execution Modes ✓	Heron (5K) Error Mitigation 5k gates 133 qubits Classical modular 133x3 = 399 qubits	Flamingo (5K) Error Mitigation 5k gates 156 qubits Quantum modular 156x7 = 1092 qubits	Flamingo (7.5K) Error Mitigation 7.5k gates 156 qubits Quantum modular 156x7 = 1092 qubits	Flamingo (10K) Error Mitigation 10k gates 156 qubits Quantum modular 156x7 = 1092 qubits	Flamingo (15K) Error Mitigation 15k gates 156 qubits Quantum modular 156x7 = 1092 qubits	Starling (100M) Error correction 100M gates 200 qubits Error corrected modularity	Blue Jay (1B) Error correction 1B gates 2000 qubits Error corrected modularity	
	Early ✓ Canary 5 qubits Albatross 16 qubits Penguin 20 qubits Prototype 53 qubits	Falcon ✓ Benchmarking 27 qubits	Eagle ✓ Benchmarking 127 qubits									



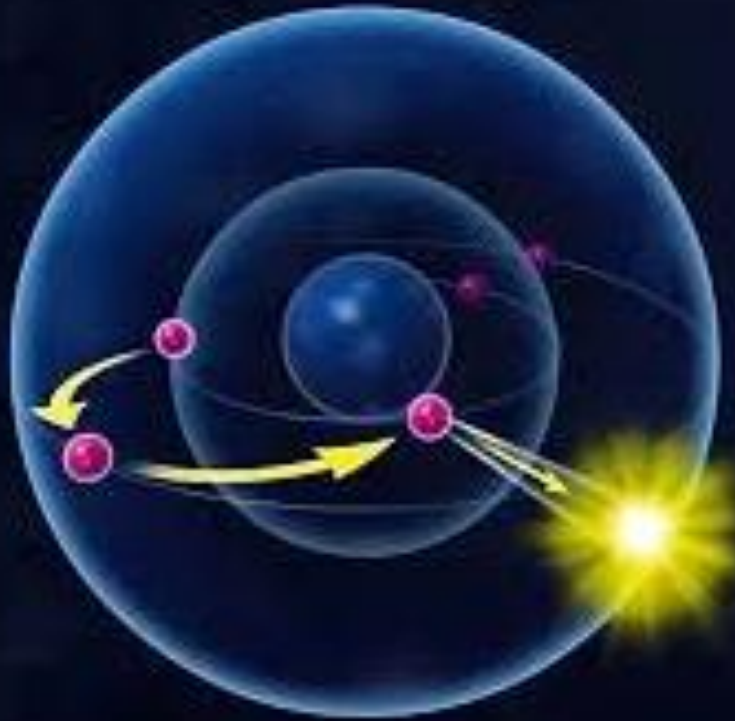
طرح کلی مطالب

- الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک
- الکترو دینامیک کوانتومی مداری
- نوآوری‌ها در مدارهای کوانتومی ابررسانا
- روشهای تحلیلی در بررسی مدارهای کوانتومی

الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک



حالت کوانتومی نور



- خاصیت ذره-موجی نور توسط اینشتین در سال ۱۹۰۵ مطرح شد.
- کوانتیزه کردن میدان الکترومغناطیسی در دهه‌های ۱۹۲۰ تا ۱۹۳۰ میلادی برای توصیف پدیده‌هایی مثل گسیل خودبه‌خودی اتم‌ها صورت گرفت.



Dirac



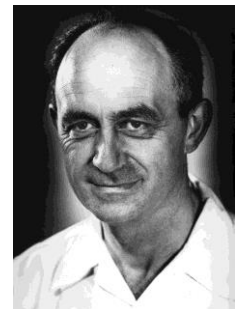
Wigner



Heisenberg



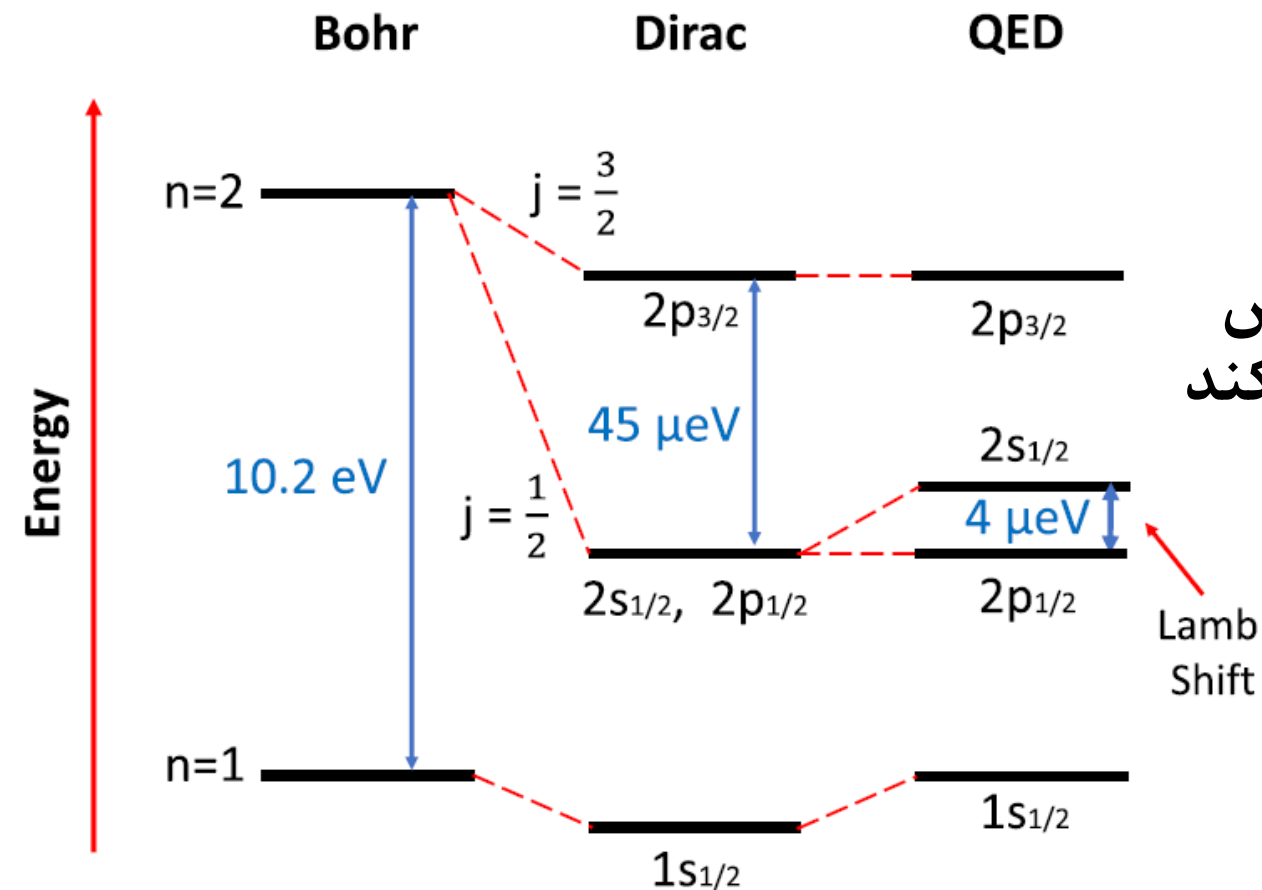
Pauli



Fermi

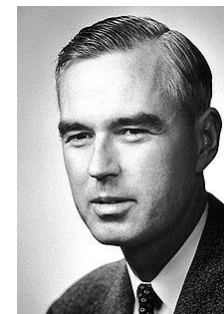
فاتوانی الکترو دینامیک کوانتومی دیراک

- آزمایش آقای لمب در سال ۱۹۴۷ حاکی از یک شکافت انرژی بسیار کوچک در ترازهای اتم هیدروژن بود که فرمولبندی دیراک از برهمکنش کوانتومی نور و ماده، نمی توانست آن را توجیه کند



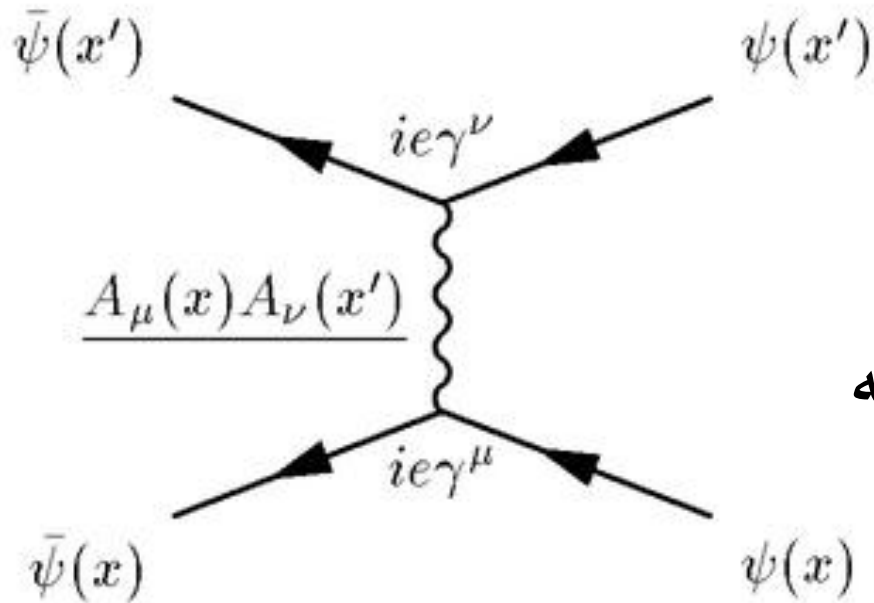
JMMM, 520, 167366 (2021)

جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۵۵ برای تحقیقات در رابطه با این شکافت انرژی به آقای لمب داده شد



Lamb

الکترو دینامیک کوانتومی مدرن



• عدم توانایی مدل دیراک از برهمکنش کوانتومی نور و ماده برای توصیف شکافت انرژی ترازهای اتم هیدروژن، منجر به تولد الکترو دینامیک کوانتومی مدرن شد.

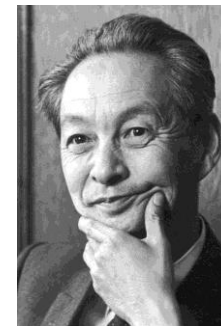
$$S_{\text{QED}} = \int d^4x \left[-\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \bar{\psi} (i\gamma^\mu D_\mu - m) \psi \right]$$

The Jewel of Physics (Feynman, 1985)

جایزه نوبل فیزیک سال ۱۹۶۵ برای تحقیقات در رابطه با الکترو دینامیک کوانتومی به این آقایان داده شد



Feynman



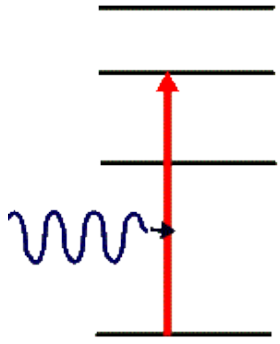
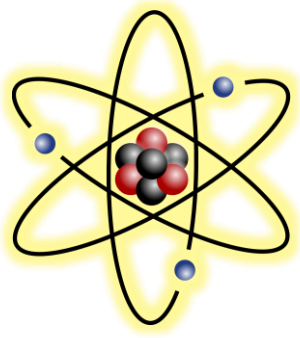
Tomonaga



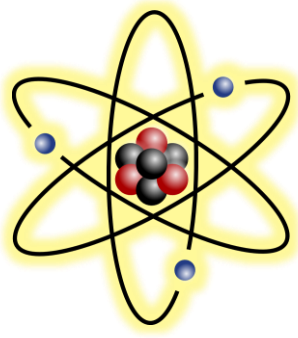
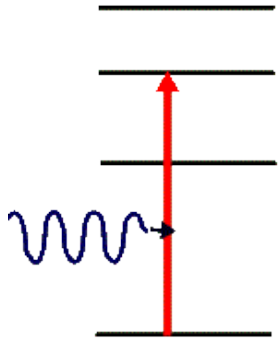
Schwinger

برهمکنش کوانتومی نور و ماده

$$H = H_{atom} + H_{field} + H_{int} \quad \text{هامیلتونی کل}$$



برهمکنش کوانتومی نور و ماده

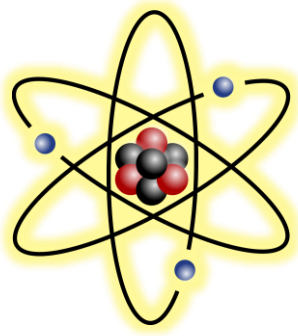
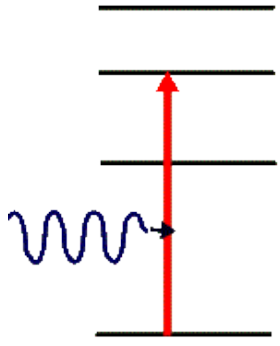


$$H = H_{atom} + H_{field} + H_{int} \quad \text{هامیلتونی کل}$$

$$H_{atom} = E_g |g\rangle\langle g| + E_e |e\rangle\langle e| \quad \text{هامیلتونی اتم}$$

$$a_k = \sum_{n=1}^{\infty} |n_k - 1\rangle\langle n_k| \sqrt{n_k} \quad H_{field} = \sum_k \hbar\omega_{c,k} (a_k^\dagger a_k + 1/2) \quad \text{هامیلتونی میدان}$$

برهمکنش کوانتومی نور و ماده



$$H = H_{atom} + H_{field} + H_{int} \quad \text{هامیلتونی کل}$$

$$H_{atom} = E_g |g\rangle\langle g| + E_e |e\rangle\langle e| \quad \text{هامیلتونی اتم}$$

$$a_k = \sum_{n=1}^{\infty} |n_k - 1\rangle\langle n_k| \sqrt{n_k} \quad H_{field} = \sum_k \hbar\omega_{c,k} (a_k^\dagger a_k + 1/2) \quad \text{هامیلتونی میدان}$$

$$H_{int} = \sum_k \langle g | \vec{d} \cdot \vec{E}_k | e \rangle (|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) (a_k + a_k^\dagger) \quad \text{برهمکنش دو قطبی الکتریکی}$$

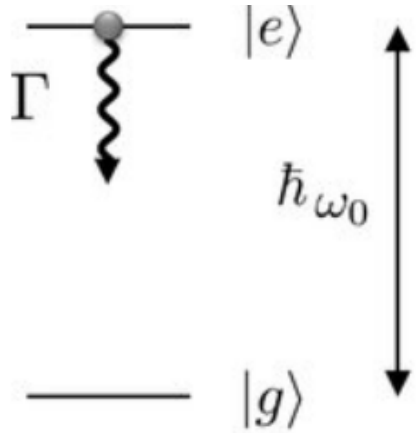
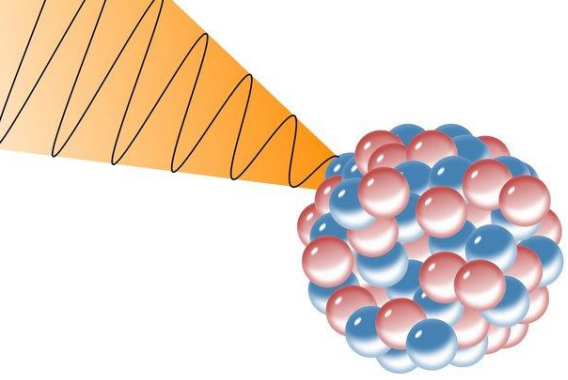
$$= \sum_k g_k \sigma_x (a_k + a_k^\dagger)$$

برهمکنش دیامغناطیس

$$H_{dia} = \frac{g^2}{\omega_{ge}} (a_k + a_k^\dagger)^2$$

نور کوانتومی را چطور تولید کنیم؟

• اول به یک اتم برانگیخته نیاز داریم.



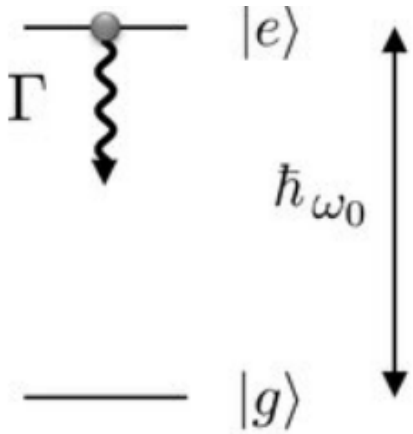
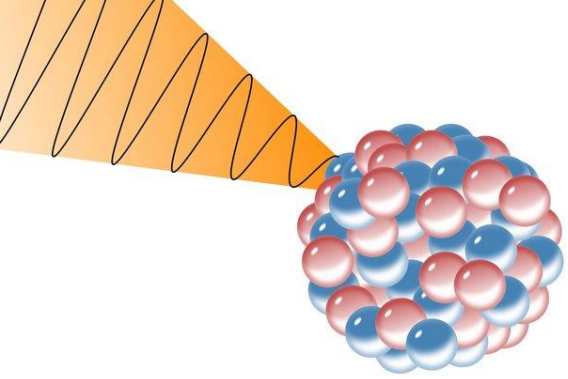
نور کوانتومی را چطور تولید کنیم؟

- اول به یک اتم برانگیخته نیاز داریم.

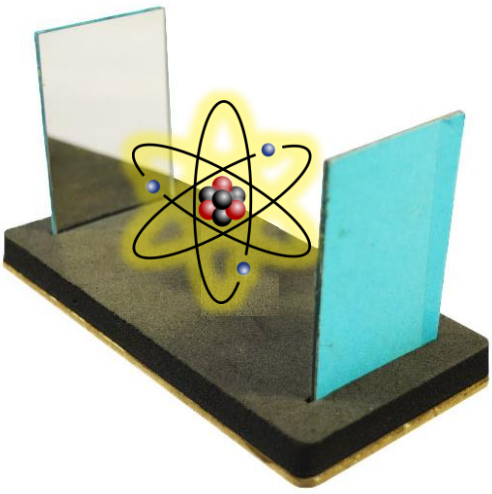
- در فضای آزاد، گسیل فوتون از اتم برانگیخته یک فرایند غیر برگشت پذیر است، چرا که تعداد حالت‌های مجاز تولید فوتون بینهایت است.

$$H_{int} = \sum_k g_k \sigma_x (a_k + a_k^\dagger)$$

- پس هرچند این گسیل خود به خودی به واسطه برهم کنش کوانتومی نور و ماده است اما این خاصیت کوانتومی در دسترس ما نخواهد بود.



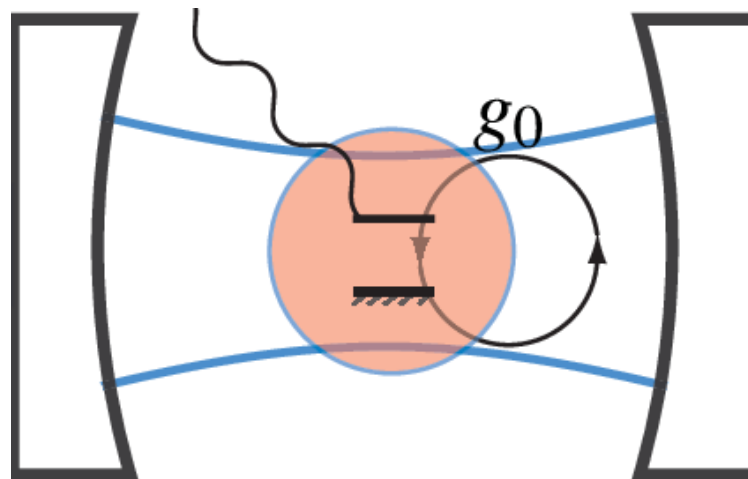
نور کوانتومی را چطور تولید کنیم؟



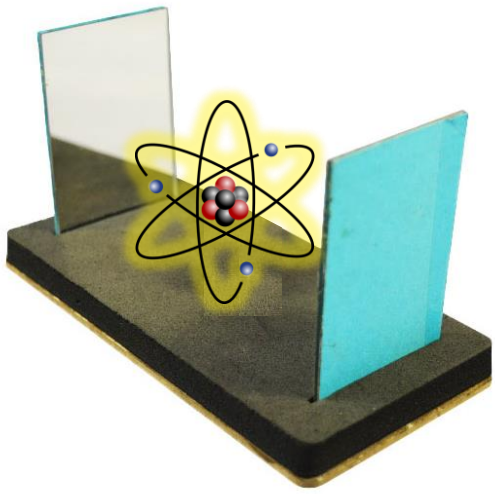
- اگر اتم را بین دو آینه قرار دهیم، بعضی مدهای فوتونی بین دو آینه تقویت می شوند و می توانند بارها و بارها با اتم برهمکنش انجام دهند.

نور کوانتومی را چطور تولید کنیم؟

- اگر اتم را بین دو آینه قرار دهیم، بعضی مدهای فوتونی بین دو آینه تقویت می شوند و می توانند بارها و بارها با اتم برهمکنش انجام دهند.



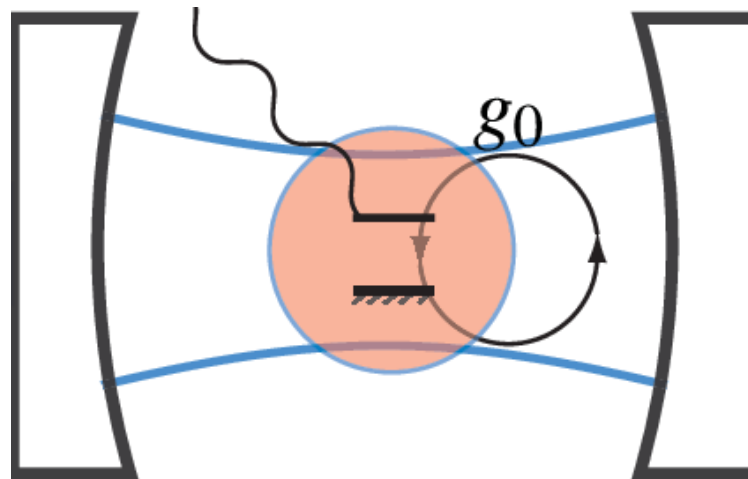
نور کوانتومی را چطور تولید کنیم؟



- اگر اتم را بین دو آینه قرار دهیم، بعضی مدهای فوتونی بین دو آینه تقویت می شوند و می توانند بارها و بارها با اتم برهمکنش انجام دهند.

$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \hbar \omega_c (a^\dagger a + 1/2) + g \sigma_x (a + a^\dagger)$$

Quantum Rabi Model



مدل‌های برهم‌کنش کوانتومی نور و ماده

Quantum Rabi Model $H_{int} = g\sigma_x(a + a^\dagger) = g(\sigma_+a + \sigma_-a + \sigma_+a^\dagger + \sigma_-a^\dagger)$

مدل‌های برهم‌کنش کوانتومی نور و ماده

Quantum Rabi Model $H_{int} = g\sigma_x(a + a^\dagger) = g(\sigma_+ a + \sigma_- a + \sigma_+ a^\dagger + \sigma_- a^\dagger)$

جملات نوسانی در نمایش برهم‌کنش

مدل‌های برهم‌کنش کوانتومی نور و ماده

Quantum Rabi Model $H_{int} = g\sigma_x(a + a^\dagger) = g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger + \sigma_+ a^\dagger + \sigma_- a)$

جملات نوری در نمای برهم‌کنش

تقریب موج چرخان (Rotating Wave Approximation)

مدل‌های برهم‌کنش کوانتومی نور و ماده

Quantum Rabi Model $H_{int} = g\sigma_x(a + a^\dagger) = g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger + \sigma_+ a^\dagger + \sigma_- a)$

جملات نوری در نمای برهم‌کنش

تقریب موج چرخان (Rotating Wave Approximation)

Jaynes-Cummings Model

$$H_{int} = g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger)$$

Proc. IEEE 51,89–109 (1963)

مدل‌های برهم‌کنش کوانتومی نور و ماده

Quantum Rabi Model $H_{int} = g\sigma_x(a + a^\dagger) = g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger + \sigma_+ a^\dagger + \sigma_- a)$

جملات نوری در نمای برهم‌کنش

تقریب موج چرخان (Rotating Wave Approximation)

Jaynes-Cummings Model

$$H_{int} = g(\sigma_+ a + \sigma_- a^\dagger)$$

Proc. IEEE 51,89–109 (1963)

هامیلتونی مدل جینز-کامینگ را می‌توان به صورت دقیق قطری کرد.

$$|0, -\rangle = |g\rangle|0\rangle$$

$$|n, -\rangle = \cos(\theta_n)|g\rangle|n+1\rangle - \sin(\theta_n)|e\rangle|n\rangle$$

$$|n, +\rangle = \sin(\theta_n)|g\rangle|n+1\rangle + \cos(\theta_n)|e\rangle|n\rangle$$

where $\theta_n = \frac{1}{2} \tan^{-1}(2g\sqrt{n+1}/\Delta)$

$$E_g = -\frac{\Delta}{2}$$

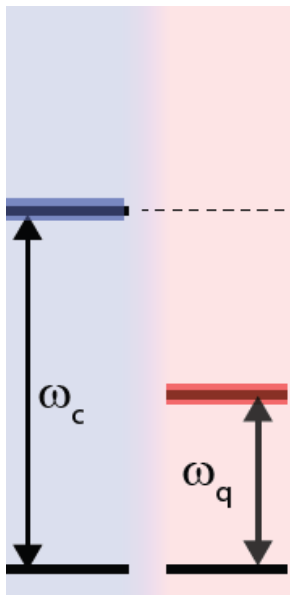
$$E_{\mp} = (n+1)\omega_c \mp \frac{1}{2} \sqrt{4g^2(n+1) + \Delta^2}$$

مدل جینز-کامپنگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.

مدل جینز-کامینگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.

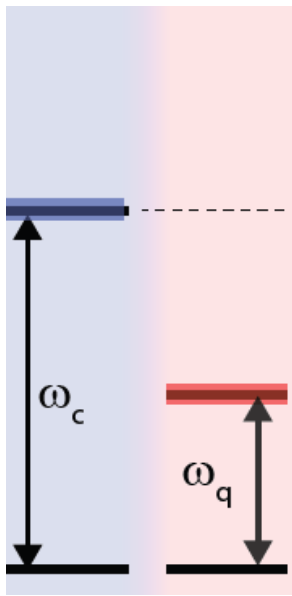


مدل جینز-کامینگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.

حالت پاشنده

Dispersive Regime



مدل جینز-کامینگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.

حالت پاشنده

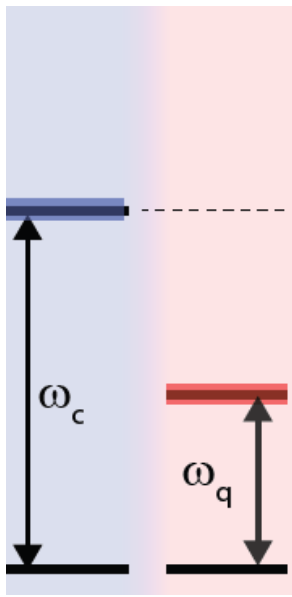
Dispersive Regime

با استفاده از تبدیل یکانی $U = e^{\frac{g}{\Delta}(a^\dagger \sigma_- - a \sigma_+)}$ روی هامیلتونی داریم

$$U H U^\dagger = \omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta} \right) \sigma_z - \frac{g^2}{\Delta} a^\dagger a \sigma_z + O\left(\frac{g^4}{\Delta^2}\right)$$

مدل جینز-کامینگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.



حالت پاشنده

Dispersive Regime

با استفاده از تبدیل یکانی $U = e^{\frac{g}{\Delta}(a^\dagger \sigma_- - a \sigma_+)}$ روی هامیلتونی داریم

$$UHU^\dagger = \omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta} \right) \sigma_z - \frac{g^2}{\Delta} a^\dagger a \sigma_z + O\left(\frac{g^4}{\Delta^2}\right)$$

جابجایی فرکانس اتم $\delta\omega_0 = \frac{g^2}{\Delta} - \frac{2g^2}{\Delta} a^\dagger a$

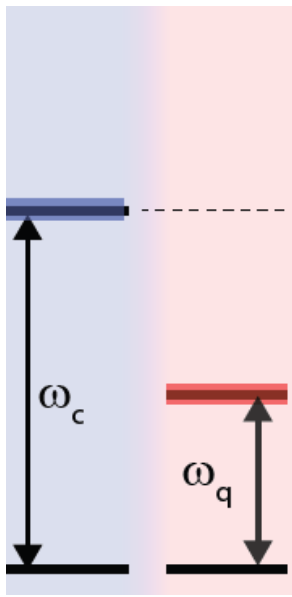
جابجایی فرکانس کاواک $\delta\omega_r = -\frac{g^2}{\Delta} \sigma_z$

مدل جینز-کامینگ

برای $g \gg |\omega_q - \omega_c|$ ، ویژه حالت‌های هامیلتونی کل با حالت‌های بدون برهمکنش تفاوت زیادی ندارند.

حالت پاشنده

Dispersive Regime



با استفاده از تبدیل یکانی $U = e^{\frac{g}{\Delta}(a^\dagger \sigma_- - a \sigma_+)}$ روی هامیلتونی داریم

$$UHU^\dagger = \omega_r \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - \left(\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta} \right) \sigma_z - \frac{g^2}{\Delta} a^\dagger a \sigma_z + O\left(\frac{g^4}{\Delta^2}\right)$$

جابجایی فرکانس اتم $\delta\omega_0 = \frac{g^2}{\Delta} - \frac{2g^2}{\Delta} a^\dagger a$

جابجایی فرکانس کاواک $\delta\omega_r = -\frac{g^2}{\Delta} \sigma_z$

از این حالت پاشنده برای اندازه گیری غیرمخرب حالت کیوبیت و همچنین کنترل حالت کیوبیت می توان استفاده کرد

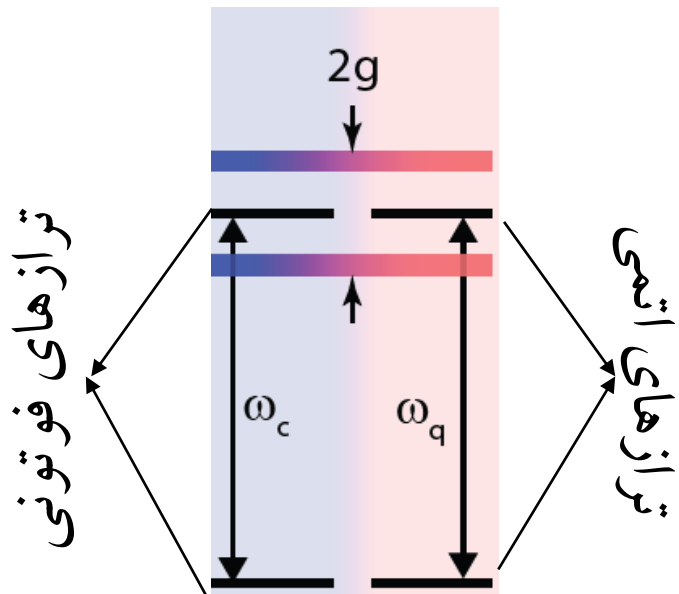
Arxiv:1904.09291

مدل جینز-کامپنگ

برای $0 \approx \Delta$ حالت‌های هیبریدی بین فوتون و اتم (پولاریتون) خواهیم داشت.

مدل جینز-کامینگ

برای $0 \approx \Delta$ حالت‌های هیبریدی بین فوتون و اتم (پولاریتون) خواهیم داشت.

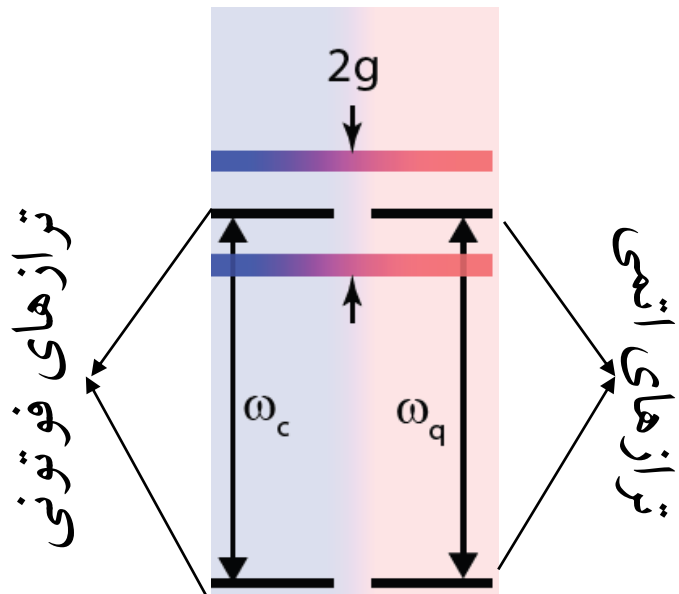


مدل جینز-کامینگ

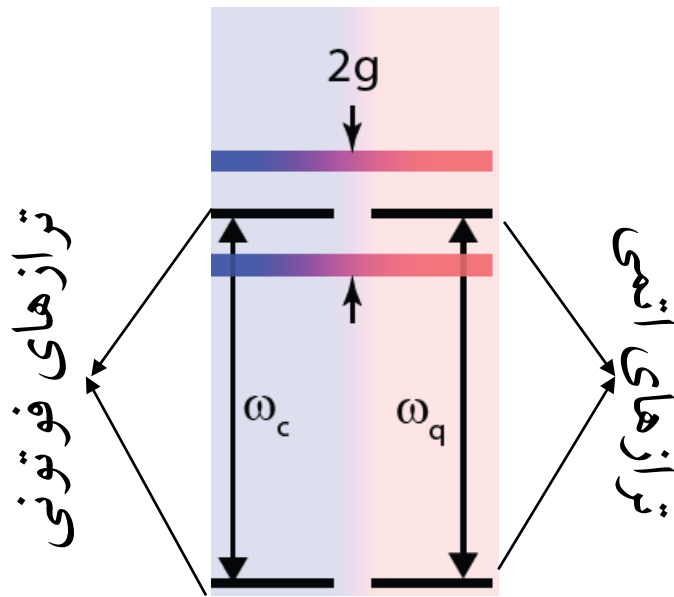
برای $\Delta \approx 0$ حالت‌های هیبریدی بین فوتون و اتم (پولاریتون) خواهیم داشت.

حالت تشدید

Resonant Regime



مدل جینز-کامینگ



برای $\Delta \approx 0$ حالت‌های هیبریدی بین فوتون و اتم (پولاریتون) خواهیم داشت.

حالت تشدید

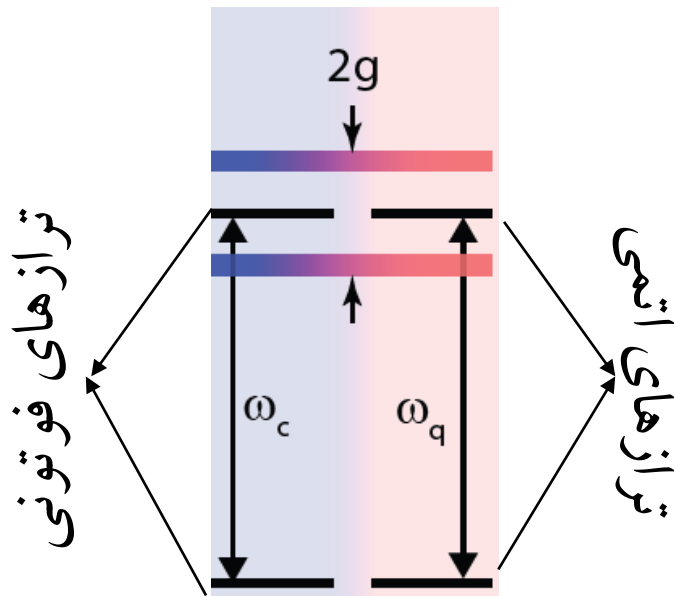
Resonant Regime

اگر در لحظه $t=0$ یک فوتون در کاواک وجود داشته باشد و اتم در حالت پایه باشد

$$|\psi(0)\rangle = |g\rangle|1\rangle$$

$$P_e(t) = |\langle e|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{g^2}{g^2 + \Delta^2} \sin^2 \Omega_R t, \quad \Omega_R = 0.5\sqrt{g^2 + \Delta^2}$$

مدل جینز-کامینگ



برای $\Delta \approx 0$ حالت‌های هیبریدی بین فوتون و اتم (پولاریتون) خواهیم داشت.

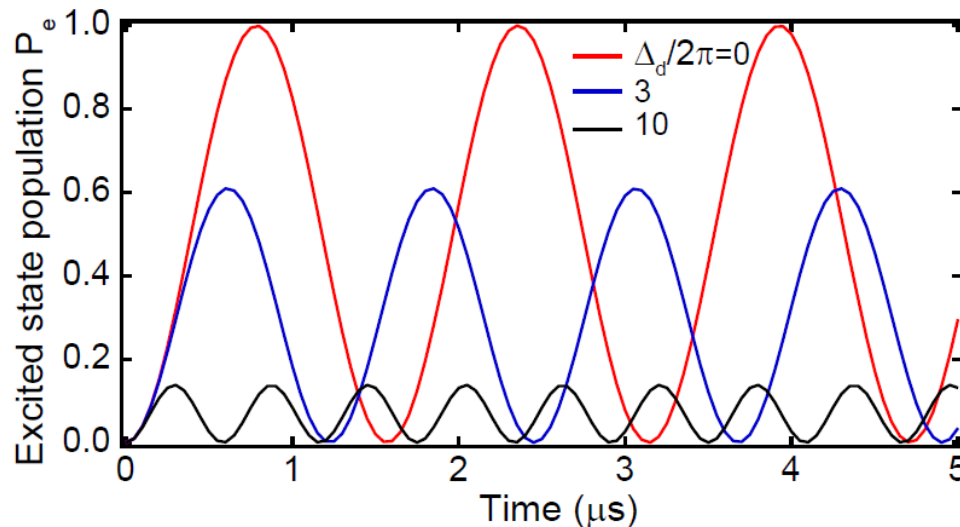
حالت تشدید

Resonant Regime

اگر در لحظه $t=0$ یک فوتون در کاواک وجود داشته باشد و اتم در حالت پایه باشد

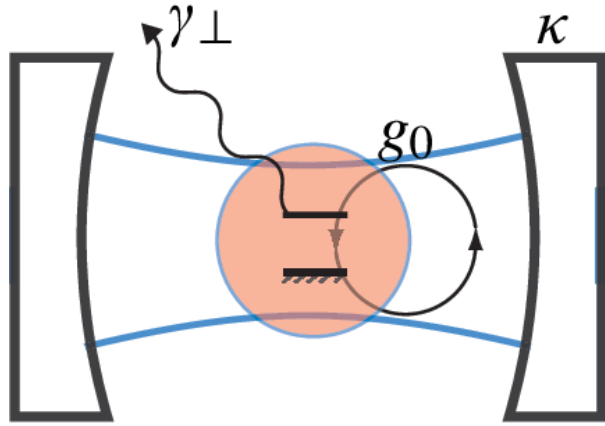
$$|\psi(0)\rangle = |g\rangle|1\rangle$$

$$P_e(t) = |\langle e|\psi(t)\rangle|^2 = \frac{g^2}{g^2 + \Delta^2} \sin^2 \Omega_R t, \quad \Omega_R = 0.5\sqrt{g^2 + \Delta^2}$$



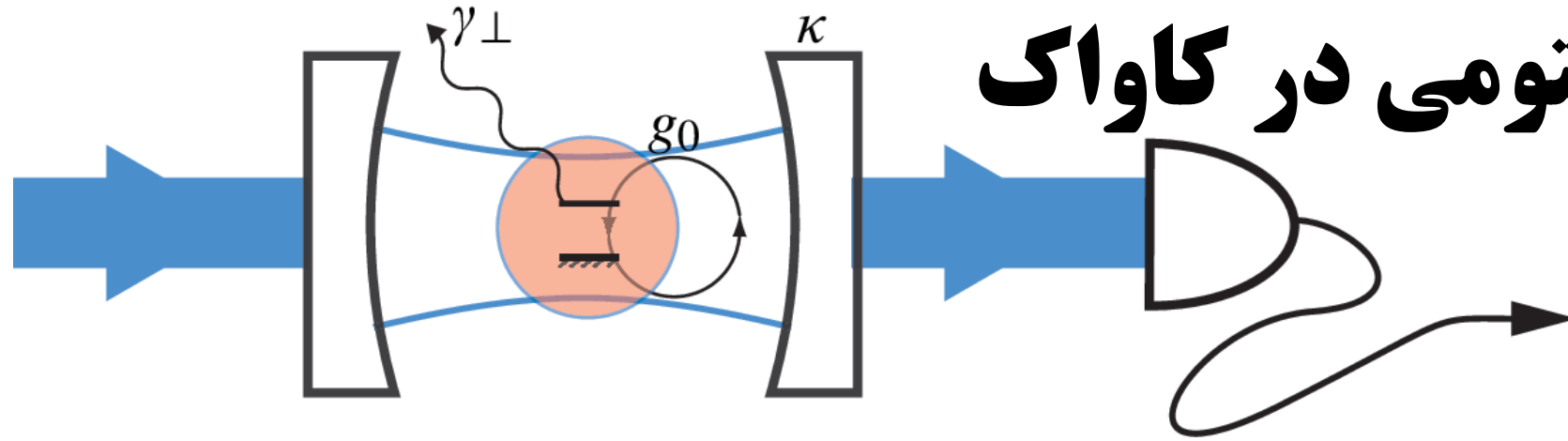
نوسانهای خلاء رابی
Vacuum Rabi Oscillations

الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک



$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \hbar \omega_c (a^\dagger a + 1/2) + g \sigma_x (a + a^\dagger)$$

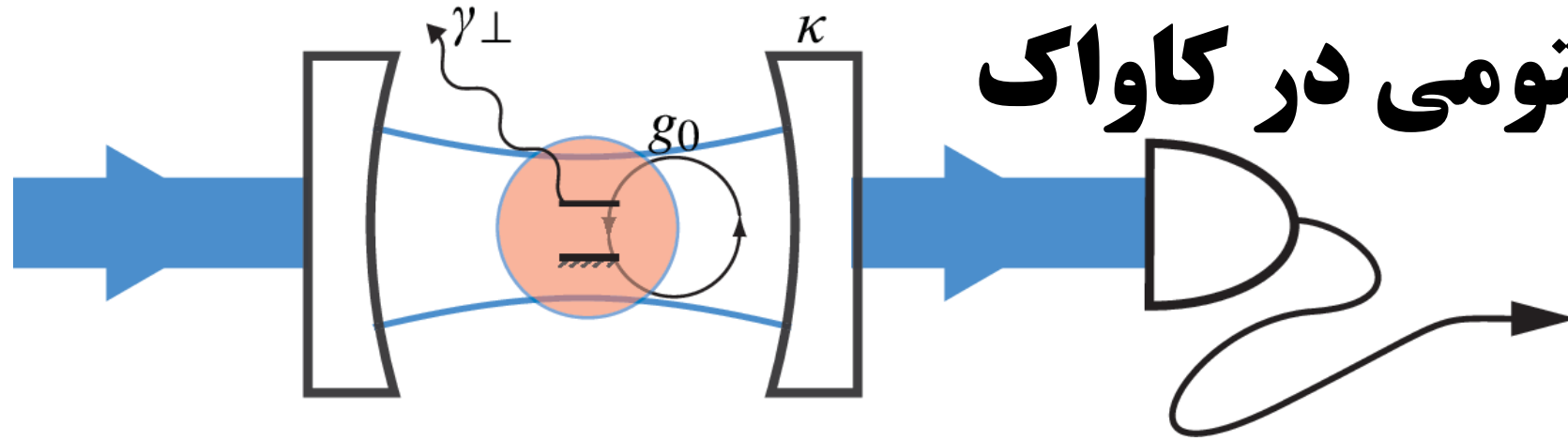
الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک



$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \hbar \omega_c (a^\dagger a + 1/2) + g \sigma_x (a + a^\dagger) + \text{Dissipation}$$

Cavity Quantum Electrodynamics

الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک



$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \hbar \omega_c (a^\dagger a + 1/2) + g \sigma_x (a + a^\dagger) + \text{Dissipation}$$

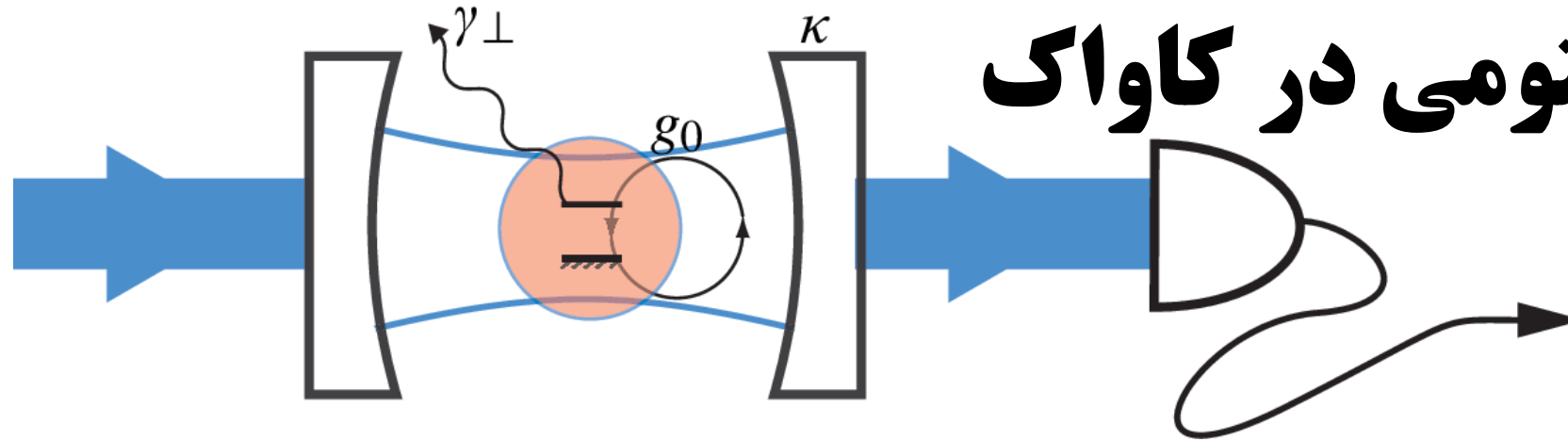
Cavity Quantum Electrodynamics

کاربردهای مهم Cavity QED

بررسی و بکارگیری قوانین و اصول بنیادی مکانیک کوانتومی از جمله اصل برهم نهی، درهم تنیدگی، اندازه گیری، وادوسی و ...

الکترو دینامیک کوانتومی در کاواک

پارامترهای مهم



- g شدت برهمکنش دوقطبی
- κ آهنگ میرایی فوتون
- γ آهنگ میرایی تراز اتمی
- Δ اختلاف فرکانس کاواک و اتم

$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_0 \sigma_z + \hbar \omega_c (a^\dagger a + 1/2) + g \sigma_x (a + a^\dagger) + \text{Dissipation}$$

Cavity Quantum Electrodynamics

کاربردهای مهم Cavity QED

بررسی و بکارگیری قوانین و اصول بنیادی مکانیک کوانتومی از جمله اصل برهم نهی، درهم تنیدگی، اندازه گیری، وادوسی و ...



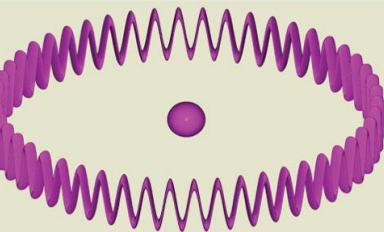
$$\Delta \approx 0, g > \kappa, \gamma$$

نوسانهای رابی

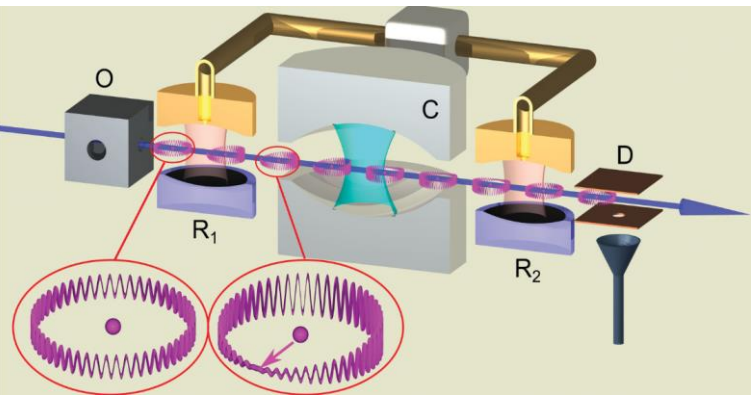
Serge Haroche

جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۱۲

کاواک ابرسانا 100GHz



اتم رییدبرگ با فرکانس
برانگیختگی میکرو موج



Haroche, RMP, 85, 1083 (2013)
PRL, 76, 1800 (1996)

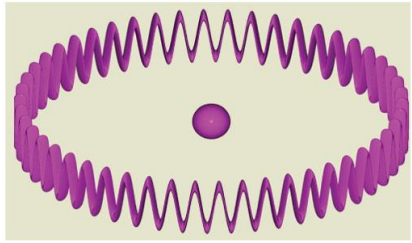


کاوک ابرسانا 100GHz

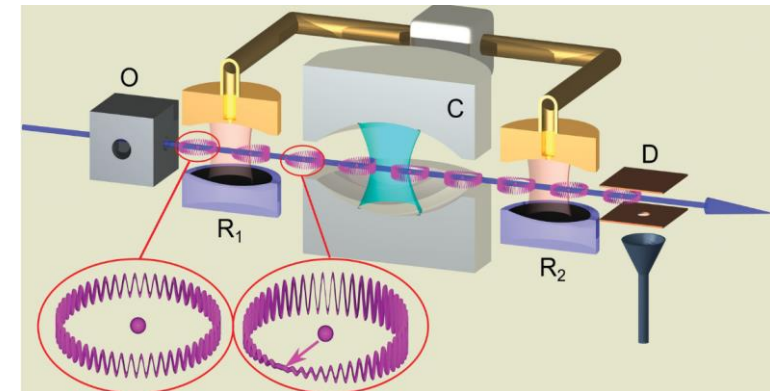


Serge Haroche

جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۱۲

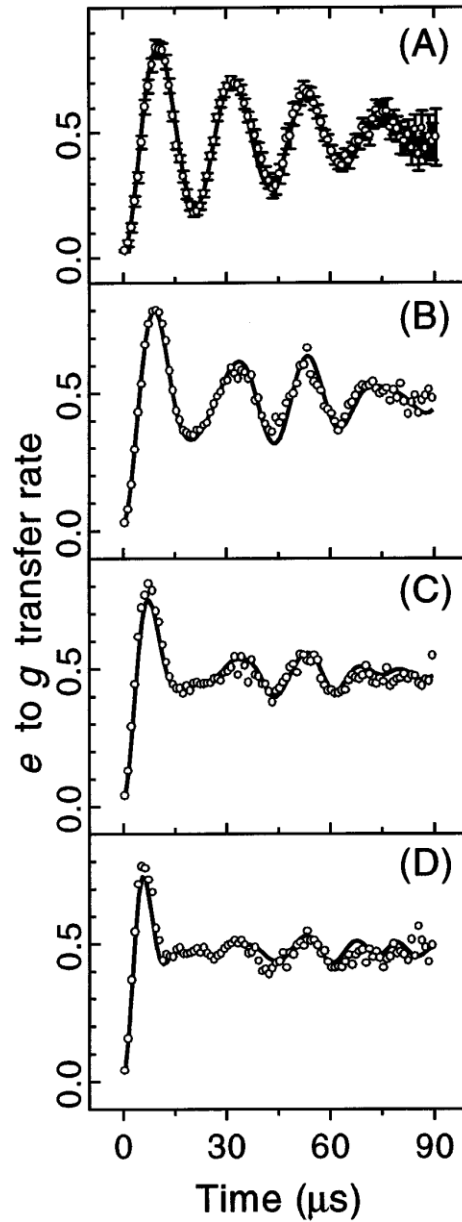


اتم ریدبرگ با فرکانس
برانگیختگی میکرو موج



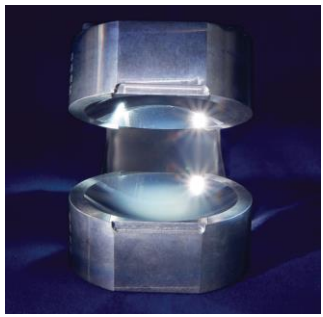
Haroche, RMP, 85, 1083 (2013)

PRL, 76, 1800 (1996)



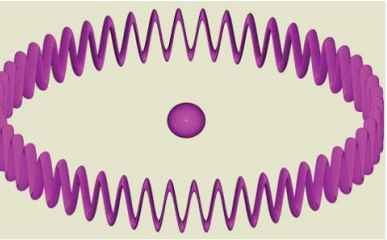
$$\Delta \approx 0, g > \kappa, \gamma$$

نوسانهای رابی

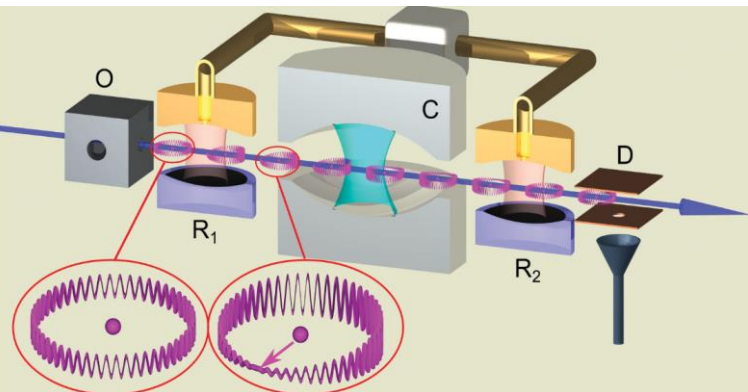


Serge Haroche
جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۱۲

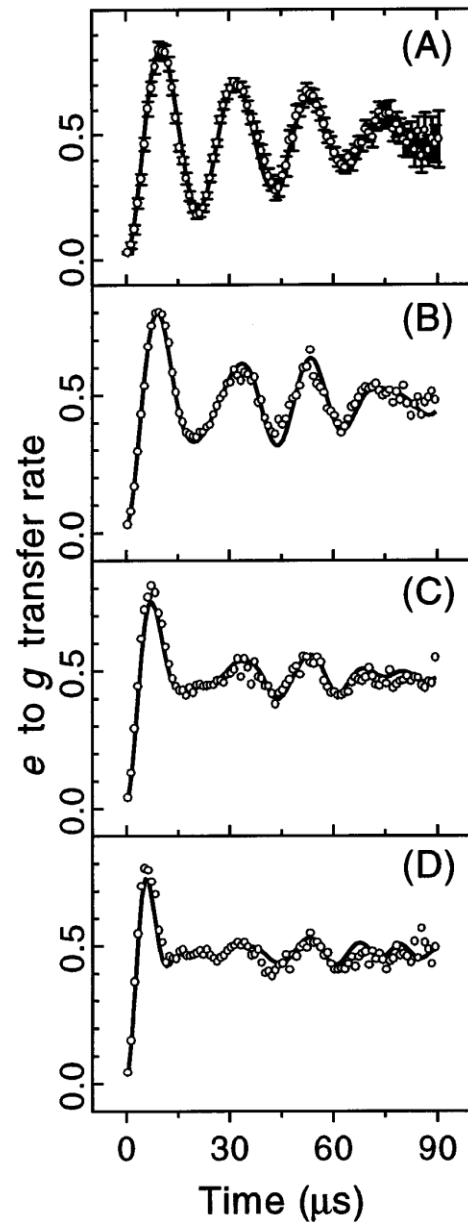
کاوک ابررسانا 100GHz



اتم رییدبرگ با فرکانس
برانگیختگی میکروموج

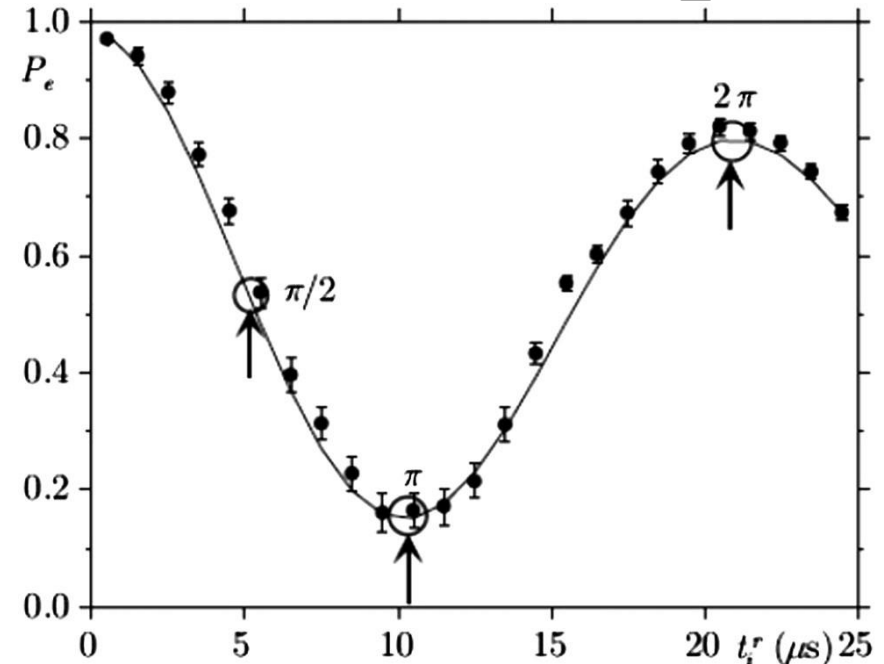


Haroche, RMP, 85, 1083 (2013)
PRL, 76, 1800 (1996)



$$\Delta \approx 0, g > \kappa, \gamma$$

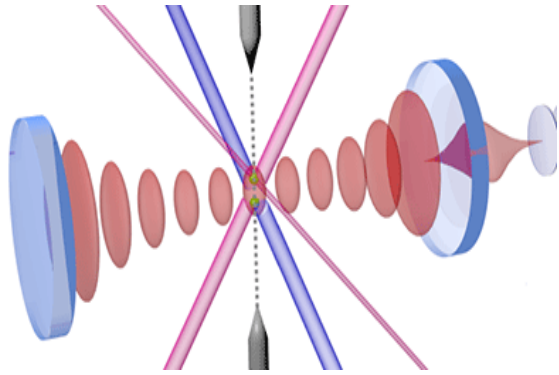
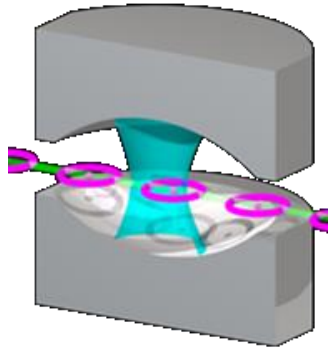
نوسانهای رابی



$$\Omega_R t = \pi/2 \quad |g\rangle|1\rangle \rightarrow (|g\rangle|1\rangle + |e\rangle|0\rangle)/\sqrt{2}$$

$$\Omega_R t = \pi \quad \begin{aligned} |g\rangle|1\rangle &\rightarrow -|e\rangle|0\rangle \\ |e\rangle|0\rangle &\rightarrow |g\rangle|1\rangle \end{aligned}$$

$$\Omega_R t = 2\pi \quad \begin{aligned} |g\rangle|1\rangle &\rightarrow -|g\rangle|1\rangle \\ |e\rangle|0\rangle &\rightarrow -|e\rangle|0\rangle \end{aligned}$$

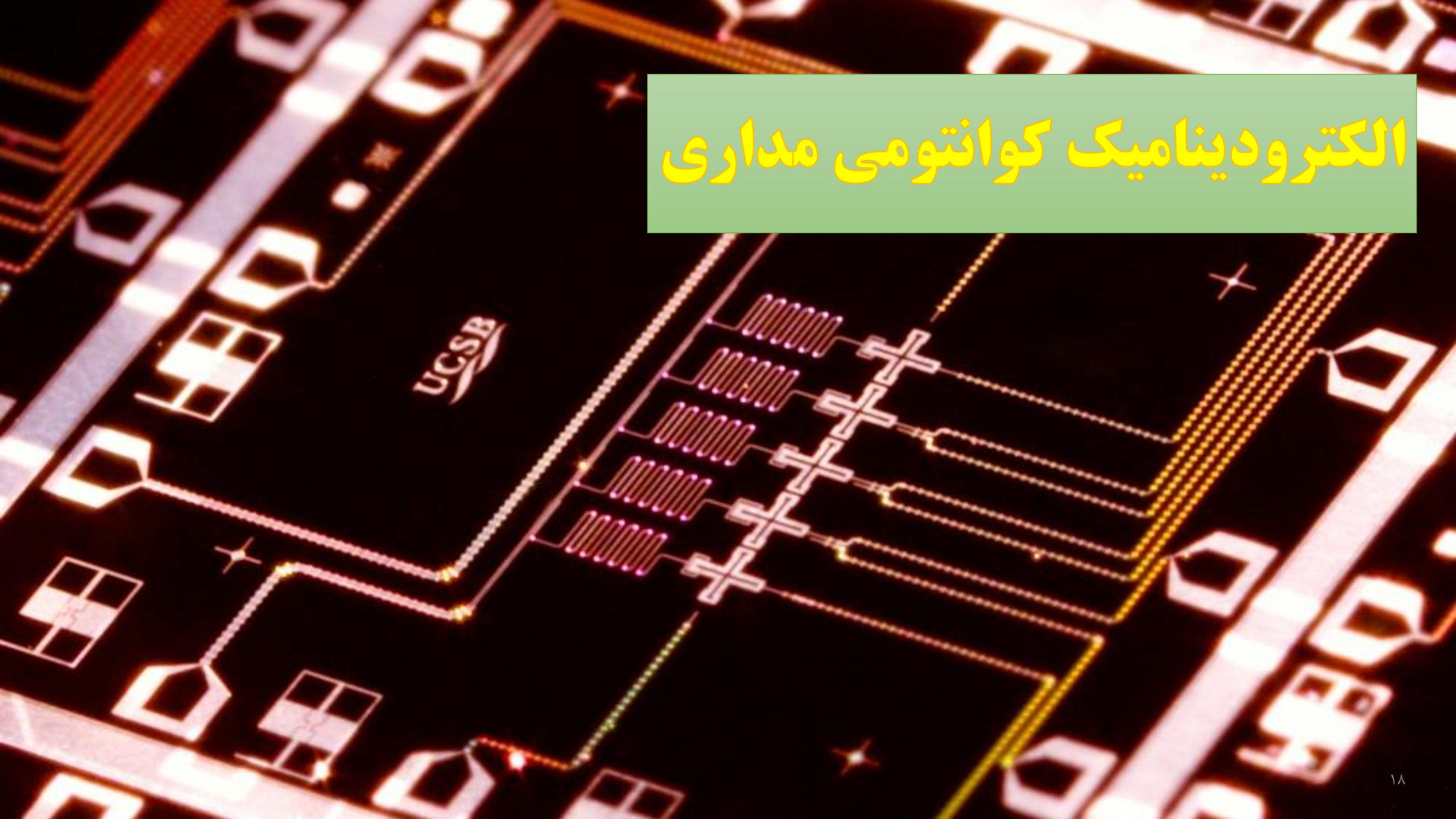


مزیت‌ها و چالش‌ها در Cavity QED

- مزیت‌ها
- انرژی ترازهای اتمی غیرخطی و بسیار دقیق مشخص هستند
- وجود حالت‌های مختلف نیمه پایدار اتمی

- چالش‌ها
- امکان مهندسی انرژی ترازهای اتمی وجود ندارد
- محدودیت در ایجاد برهمکنش‌های قوی بین اتم و فوتون
- افت و خیز مکانی اتمی

الکترو دینامیک کوانتومی مداری



Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement

A. J. LEGGETT

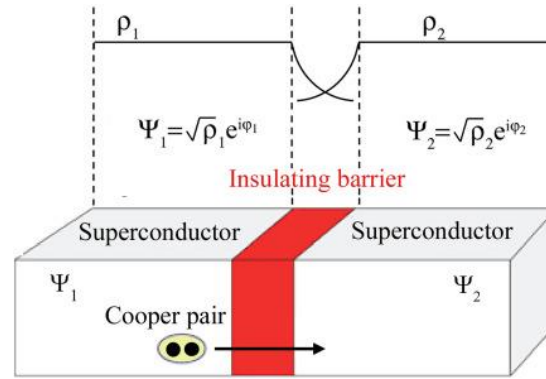
Any observation of quantum coherence between macroscopically (by an amount $\sim \varphi_0$) different flux states* would evidently constitute very strong prima facie evidence for the existence of high- D states, and indeed would probably be as near as we are likely to get to a laboratory version of Schrödinger's Cat. However, I believe that in practice such an observation is likely to present serious, though possibly not insuperable, difficulties. The

یک اتم جدید!!!

Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement

A. J. LEGGETT

Any observation of quantum coherence between macroscopically (by an amount $\sim \varphi_0$) different flux states* would evidently constitute very strong prima facie evidence for the existence of high- D states, and indeed would probably be as near as we are likely to get to a laboratory version of Schrödinger's Cat. However, I believe that in practice such an observation is likely to present serious, though possibly not insuperable, difficulties. The

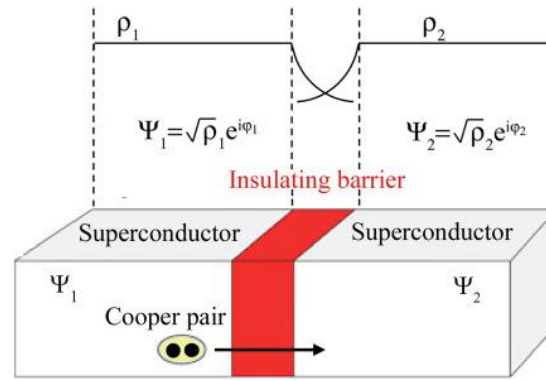


یک اتم جدید!!!

Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement

A. J. LEGGETT

Any observation of quantum coherence between macroscopically (by an amount $\sim \varphi_0$) different flux states* would evidently constitute very strong prima facie evidence for the existence of high- D states, and indeed would probably be as near as we are likely to get to a laboratory version of Schrödinger's Cat. However, I believe that in practice such an observation is likely to present serious, though possibly not insuperable, difficulties. The



یک اتم جدید !!!

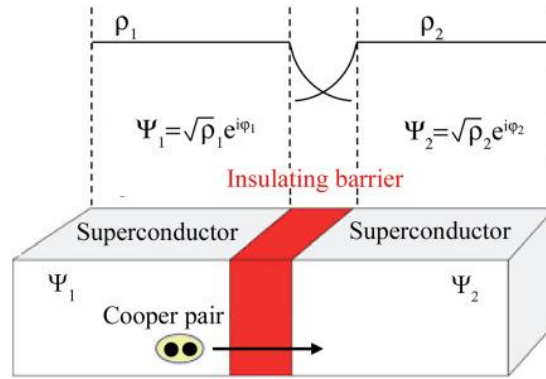
$$I(t) = I_c \sin(\varphi(t))$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2eV(t)}{\hbar}$$

Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement

A. J. LEGGETT

Any observation of quantum coherence between macroscopically (by an amount $\sim \varphi_0$) different flux states* would evidently constitute very strong prima facie evidence for the existence of high- D states, and indeed would probably be as near as we are likely to get to a laboratory version of Schrödinger's Cat. However, I believe that in practice such an observation is likely to present serious, though possibly not insuperable, difficulties. The



یک اتم جدید !!!

$$I(t) = I_c \sin(\varphi(t))$$

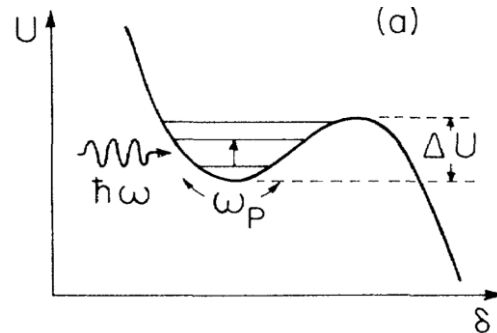
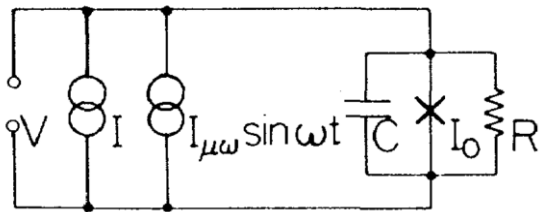
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2eV(t)}{\hbar}$$

5

PHYSICAL REVIEW LETTERS

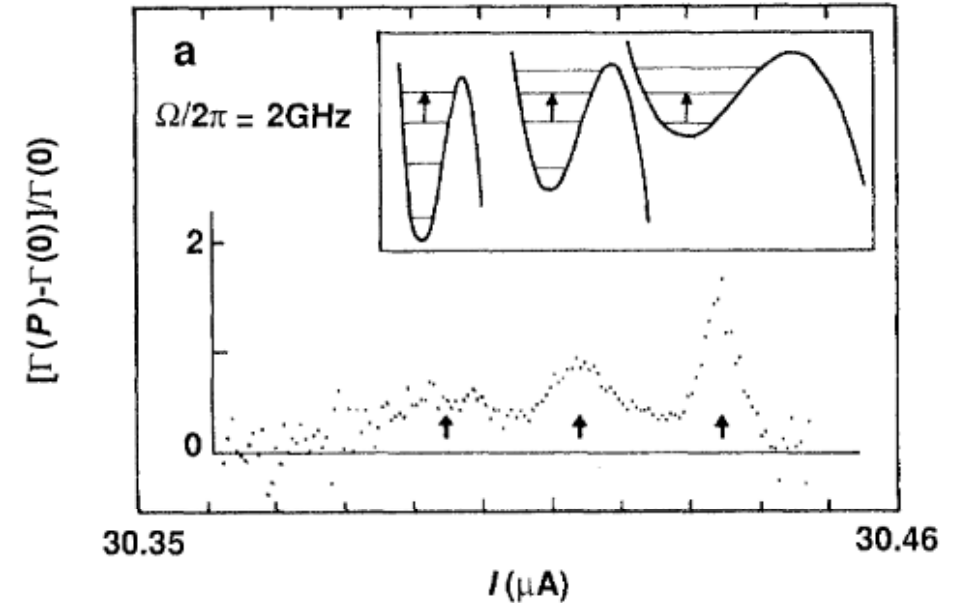
Energy-Level Quantization in the Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction

John M. Martinis, Michel H. Devoret,^(a) and John Clarke



$$C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \ddot{\delta} + \frac{1}{R} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \dot{\delta} + \frac{\partial U(\delta)}{\partial \delta} = \frac{\Phi_0}{2\pi} I_N(t)$$

$$U(\delta) = - (I_0 \Phi_0 / 2\pi) [\cos \delta + (I/I_0) \delta]$$



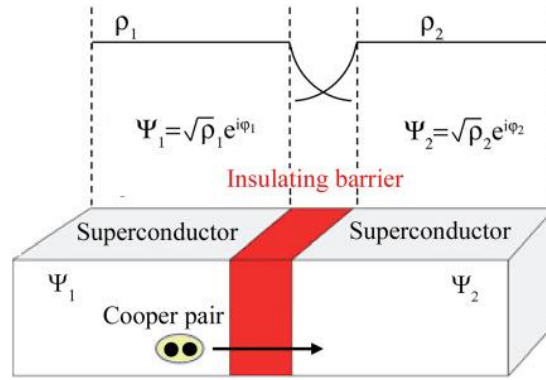
PRL(1985)
PRB(1987)
Science(1988)

Macroscopic Quantum Systems and the Quantum Theory of Measurement

جایزه نوبل فیزیک سال ۲۰۰۳ برای تحقیقات در رابطه با ابررساناها و ابرشاره‌ها به آقای لیگت داده شد



an amount $\sim \varphi_0$) different flux states* would evidently constitute very strong prima facie evidence for the existence of high- D states, and indeed would probably be as near as we are likely to get to a laboratory version of Schrödinger's Cat. However, I believe that in practice such an observation is likely to present serious, though possibly not insuperable, difficulties. The



یک اتم جدید !!!

$$I(t) = I_c \sin(\varphi(t))$$

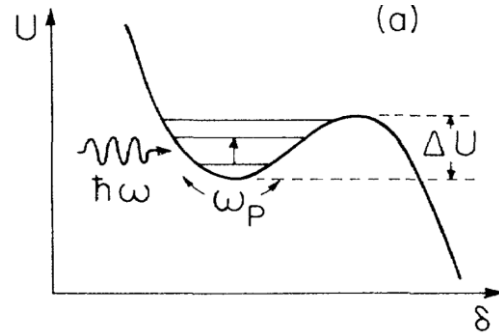
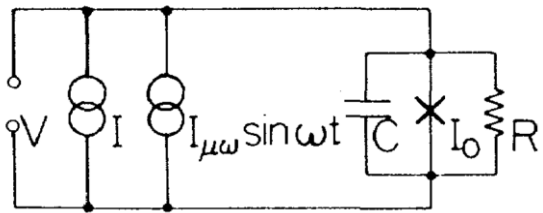
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{2eV(t)}{\hbar}$$

5

PHYSICAL REVIEW LETTERS

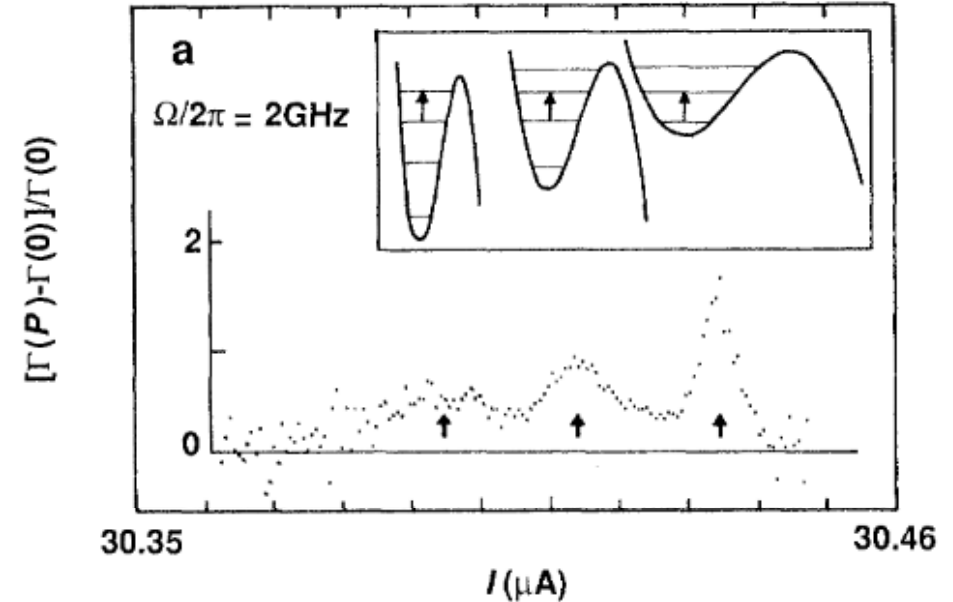
Energy-Level Quantization in the Zero-Voltage State of a Current-Biased Josephson Junction

John M. Martinis, Michel H. Devoret,^(a) and John Clarke



$$C \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \ddot{\delta} + \frac{1}{R} \left(\frac{\Phi_0}{2\pi} \right)^2 \dot{\delta} + \frac{\partial U(\delta)}{\partial \delta} = \frac{\Phi_0}{2\pi} I_N(t)$$

$$U(\delta) = - (I_0 \Phi_0 / 2\pi) [\cos \delta + (I/I_0) \delta]$$



PRL(1985)
PRB(1987)
Science(1988)

Quantum network theory

Bernard Yurke

AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey 07974

John S. Denker

Laboratory of Atomic and Solid State Physics, Cornell University, Ithaca, New York 14853

PRA, 29,1419(1984)

QUANTUM FLUCTUATIONS IN ELECTRICAL CIRCUITS

Michel H. Devoret

Service de Physique de l'Etat Condensé
CEA-Saclay, F91191 Gif-sur-Yvette, France

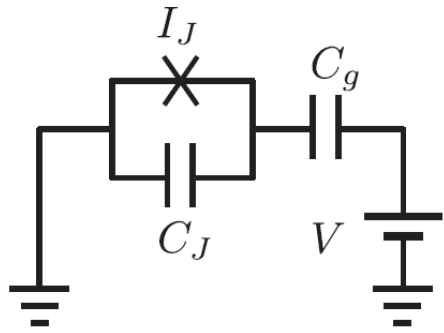
LesHouches, LXIII(1995)

مدارهای الکتریکی کوانتومی

استخراج ترازهای کوانتومی مدارهای الکتریکی

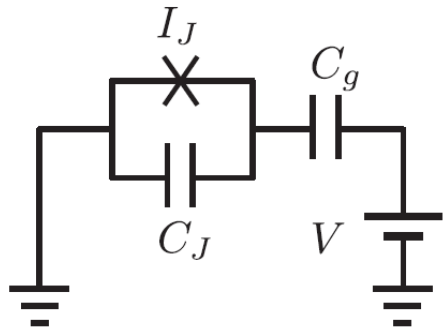
1. استخراج معادله حرکت کمیت های ماکروسکوپیک مدار مثل ولتاژ، جریان، بار الکتریکی، شار مغناطیسی
2. پیدا کردن لاگرانژی توصیف کننده معادله حرکت مدار
3. پیدا کردن تکانه منتسب به کمیت مورد استفاده برای مدار
4. استخراج هامیلتونی مدار
5. کوانتیزه کردن هامیلتونی مدار

هامیلتونی یک پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس



پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

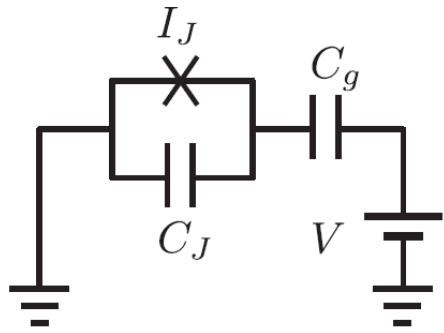
هامیلتونی یک پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بایاس



پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بایاس

$$\frac{d}{dt} \left[C_{\Sigma} \left(\dot{\phi}_1 - \frac{C_g}{C_{\Sigma}} \dot{V} \right) \right] = -I_c \sin(\phi_1/\varphi_0) \quad \text{معادله حرکت شار مغناطیسی در مدار}$$

هامیلتونی یک پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

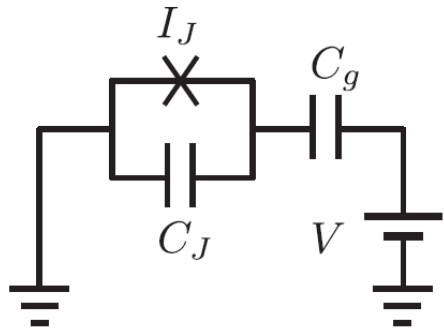


پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

معادله حرکت شار مغناطیسی در مدار $\frac{d}{dt} \left[C_{\Sigma} \left(\dot{\phi}_1 - \frac{C_g}{C_{\Sigma}} \dot{V} \right) \right] = -I_c \sin(\phi_1/\varphi_0)$

لاگرانژی توصیف کننده این معادله حرکت $L = \frac{1}{2} C_{\Sigma} \dot{\phi}_1^2 - C_g \dot{\phi}_1 V + E_J \cos(\phi_1/\varphi_0)$

هامیلتونی یک پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس



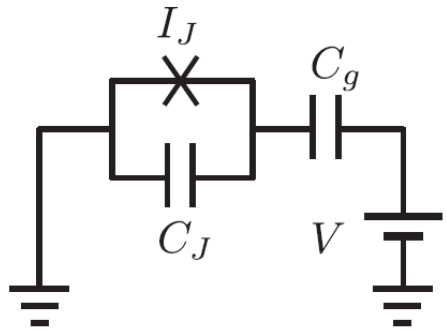
پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

معادله حرکت شار مغناطیسی در مدار $\frac{d}{dt} \left[C_{\Sigma} \left(\dot{\phi}_1 - \frac{C_g}{C_{\Sigma}} \dot{V} \right) \right] = -I_c \sin(\phi_1/\varphi_0)$

لاگرانژی توصیف کننده این معادله حرکت $L = \frac{1}{2} C_{\Sigma} \dot{\phi}_1^2 - C_g \dot{\phi}_1 V + E_J \cos(\phi_1/\varphi_0)$

پیدا کردن تکانه متناسب با شار از روی لاگرانژی $q_i = \partial \mathcal{L} / \partial \dot{\phi}_i$

هامیلتونی یک پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس



پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

معادله حرکت شار مغناطیسی در مدار $\frac{d}{dt} \left[C_{\Sigma} \left(\dot{\phi}_1 - \frac{C_g}{C_{\Sigma}} \dot{V} \right) \right] = -I_c \sin(\phi_1/\varphi_0)$

لاگرانژی توصیف کننده این معادله حرکت $L = \frac{1}{2} C_{\Sigma} \dot{\phi}_1^2 - C_g \dot{\phi}_1 V + E_J \cos(\phi_1/\varphi_0)$

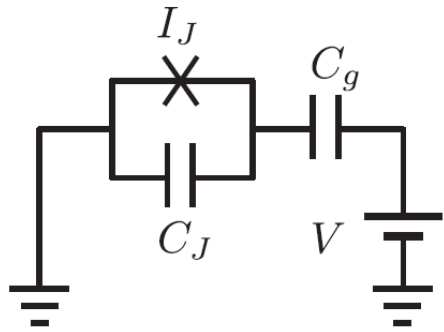
پیدا کردن تکانه متناسب با شار از روی لاگرانژی $q_i = \partial \mathcal{L} / \partial \dot{\phi}_i$

$$H = \sum_{i=1}^N q_i \dot{\phi}_i - \mathcal{L} = \frac{q_g = -C_g V_1}{2C_{\Sigma}} (q - q_g)^2 - E_J \cos(\phi_1/\varphi_0)$$

استخراج هامیلتونی مدار

$$\begin{aligned} N &= q/2e \\ &= E_C \left(\hat{N} - N_g \right)^2 - E_J \cos \hat{\varphi} \end{aligned}$$

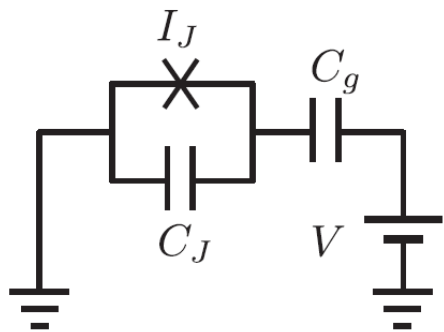
ترازهای مدار الکتریکی کوانتومی



ویژه مقادیر $H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$ هامیلتونی $H = E_C (\hat{N} - N_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$

پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

ترازهای مدار الکتریکی کوانتومی



هامیلتونی $H = E_C (\hat{N} - N_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$ ویژه مقادیر $H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$

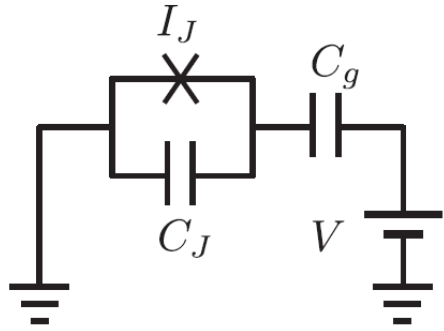
در پایه توابع تعداد جفت کوپرهای تونل زده شده داریم $\hat{N} = \sum_N N|N\rangle\langle N|$

پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

$$H = E_C \sum_N (N - N_g)^2 |N\rangle\langle N| - \frac{E_J}{2} \sum_N (|N\rangle\langle N+1| + |N+1\rangle\langle N|)$$

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} \ddots & & & & & & \\ & 2^2 E_C (N_g + 2)^2 & -E_J/2 & 0 & & \ddots & \\ & -E_J/2 & E_C (N_g + 1)^2 & -E_J/2 & 0 & & \\ & 0 & -E_J/2 & E_C N_g^2 & -E_J/2 & 0 & \\ & & 0 & -E_J/2 & E_C (N_g - 1)^2 & -E_J/2 & \\ & \ddots & & 0 & -E_J/2 & E_C (N_g - 2)^2 & \\ & & & & & & \ddots \end{bmatrix}$$

ترازهای مدار الکتریکی کوانتومی

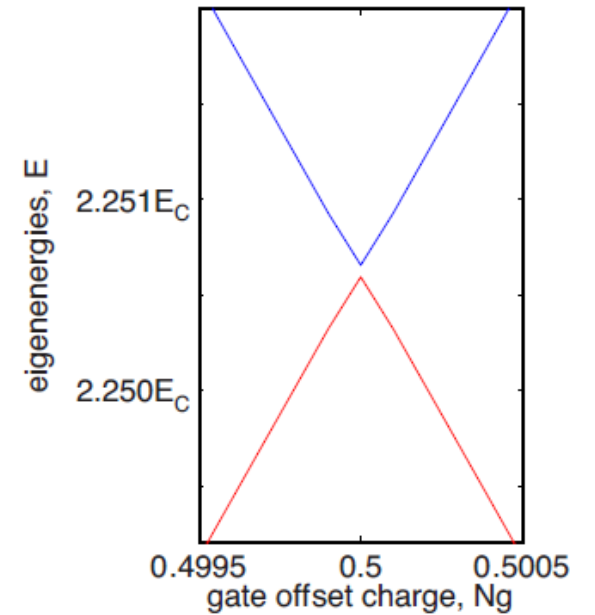
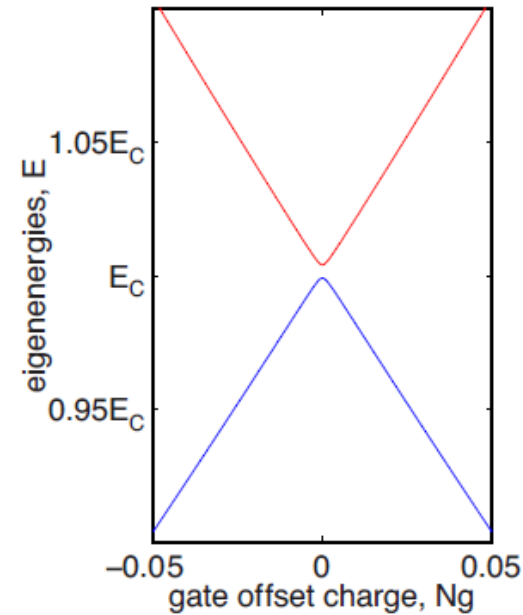
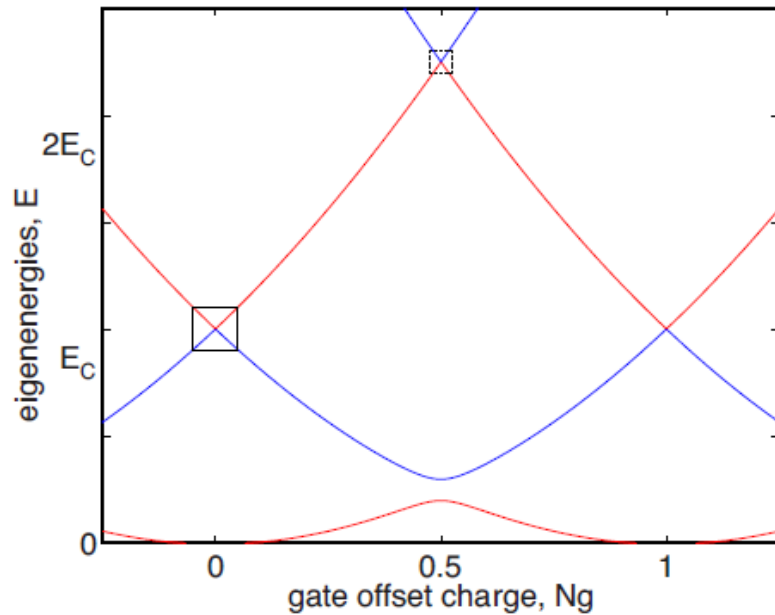


هامیلتونی $H = E_C (\hat{N} - N_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$ ویژه مقادیر $H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$

در پایه توابع تعداد جفت کوپرهای تونل زده شده داریم $\hat{N} = \sum_N N|N\rangle\langle N|$

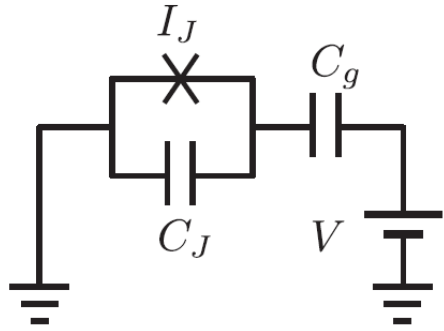
پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

$$H = E_C \sum_N (N - N_g)^2 |N\rangle\langle N| - \frac{E_J}{2} \sum_N (|N\rangle\langle N+1| + |N+1\rangle\langle N|)$$



$$E_1 - E_0 \neq E_2 - E_1$$

ترازهای مدار الکتریکی کوانتومی

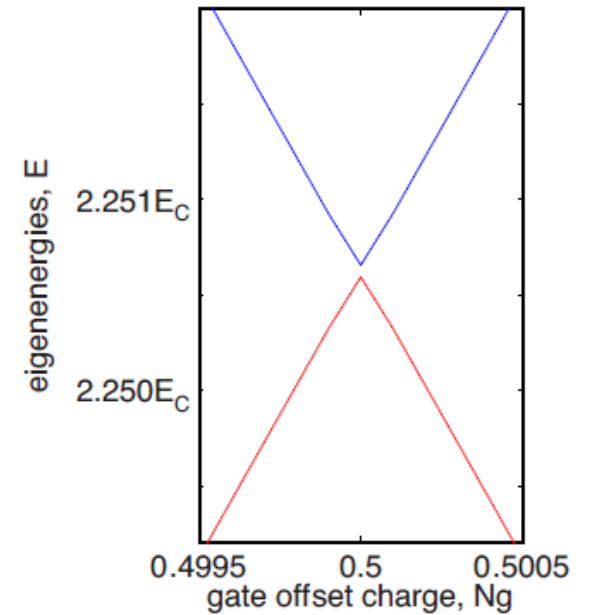
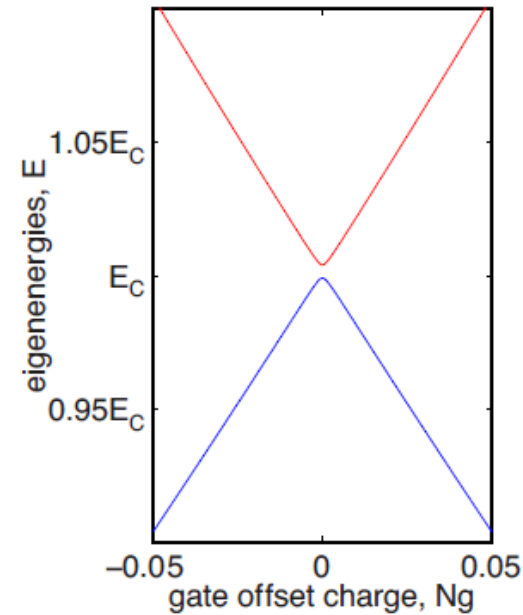
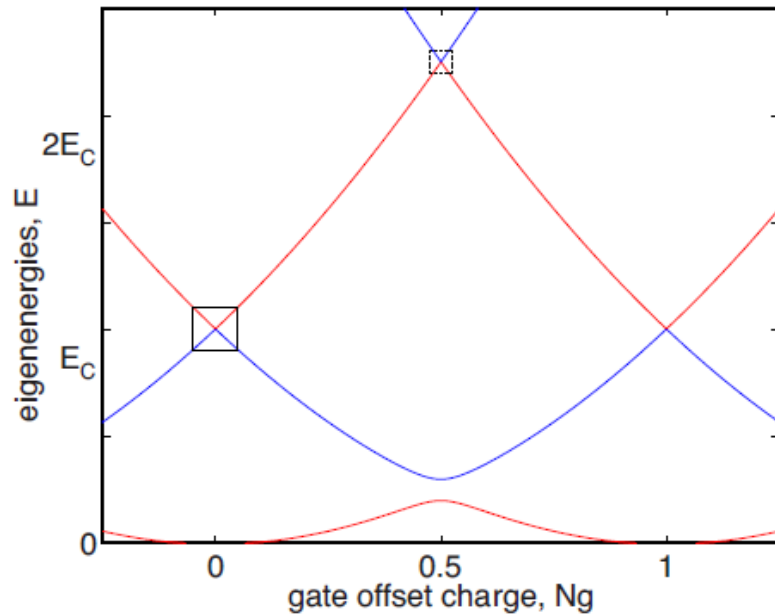


هامیلتونی $H = E_C (\hat{N} - N_g)^2 - E_J \cos \hat{\varphi}$ ویژه مقادیر $H|\psi_n\rangle = E_n|\psi_n\rangle$

در پایه توابع تعداد جفت کوپرهای تونل زده شده داریم $\hat{N} = \sum_N N|N\rangle\langle N|$

پیوندگاه جوزفسون با ولتاژ بیاس

$$H = E_C \sum_N (N - N_g)^2 |N\rangle\langle N| - \frac{E_J}{2} \sum_N (|N\rangle\langle N+1| + |N+1\rangle\langle N|)$$

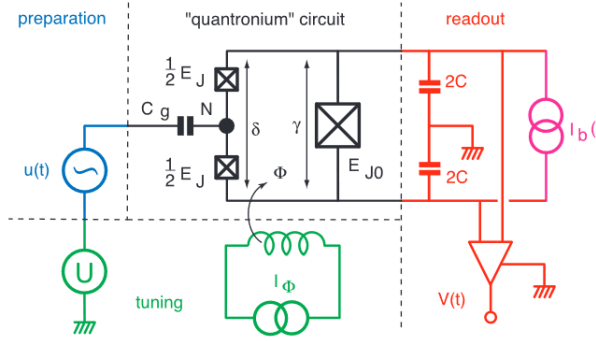


سوال: از نظر شهودی، دو حالت کیوبیت ابررسانا چگونه درک می شوند؟

$$E_1 - E_0 \neq E_2 - E_1$$

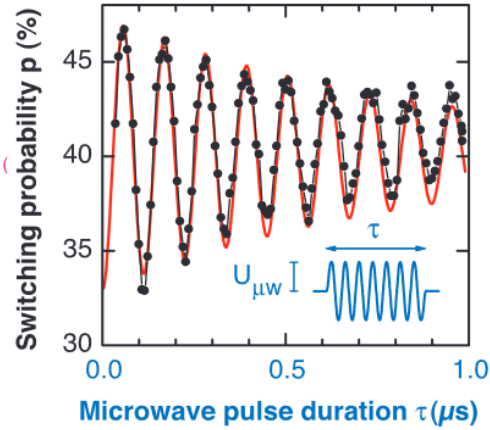
Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit

D. Vion,* A. Aassime, A. Cottet, P. Joyez, H. Pothier, C. Urbina,† D. Esteve, M. H. Devoret‡



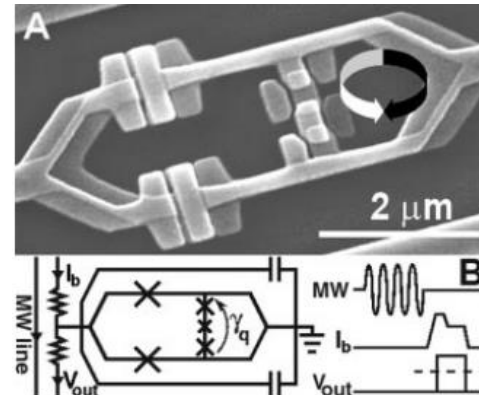
Science(2002)

مشاهده و کنترل ترازهای اتمی مصنوعی

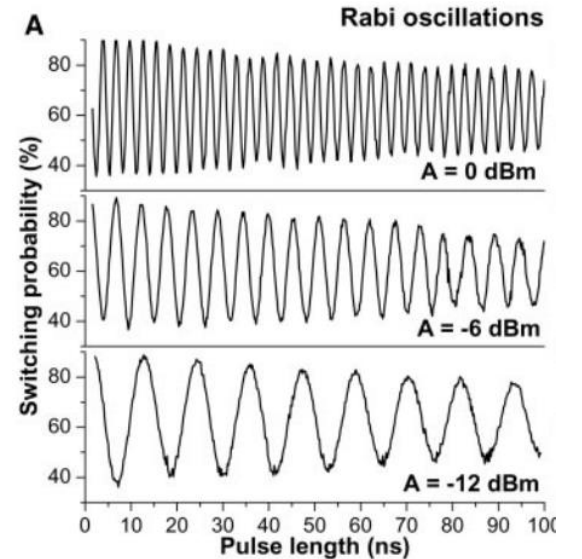


Coherent Quantum Dynamics of a Superconducting Flux Qubit

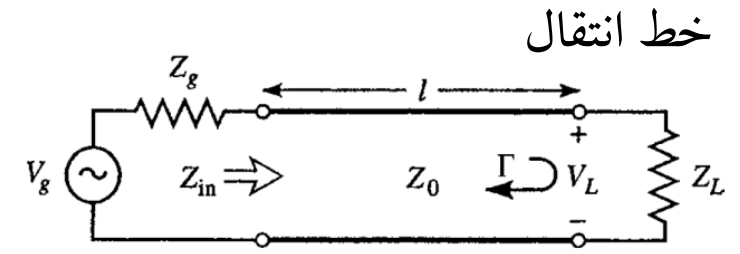
I. Chiorescu,^{1*} Y. Nakamura,^{1,2} C. J. P. M. Harmans,¹ J. E. Mooij¹



Science(2003)

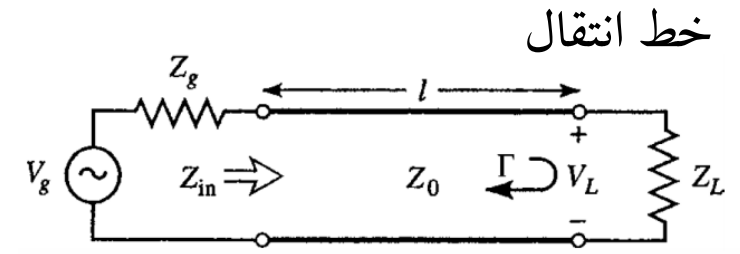
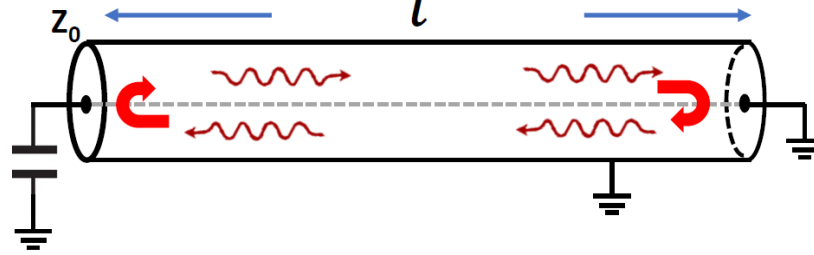
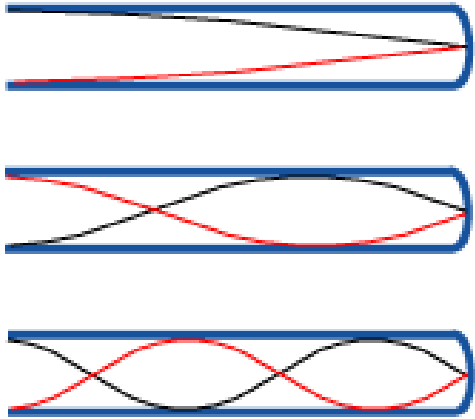


تشدیدگر الکترومغناطیسی بر روی صفحه



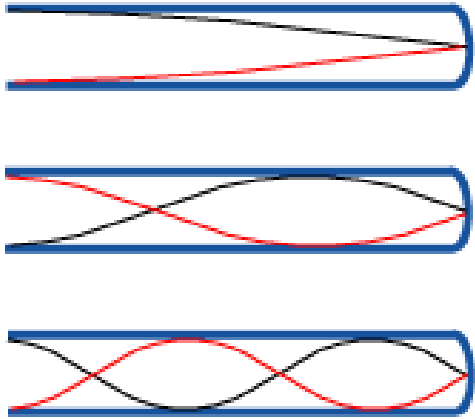
تشدید گر الکترومغناطیسی بر روی صفحه

خط انتقال + شرایط مرزی = تشدید گر الکترومغناطیسی

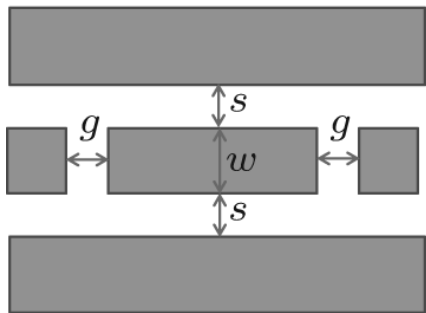


تشدید گر الکترومغناطیسی بر روی صفحه

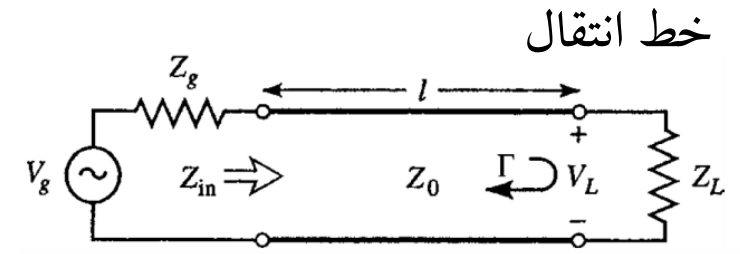
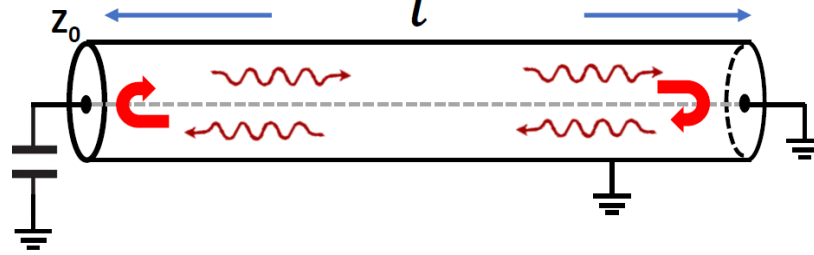
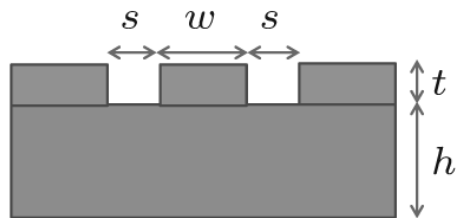
خط انتقال + شرایط مرزی = تشدید گر الکترومغناطیسی



(a) top view

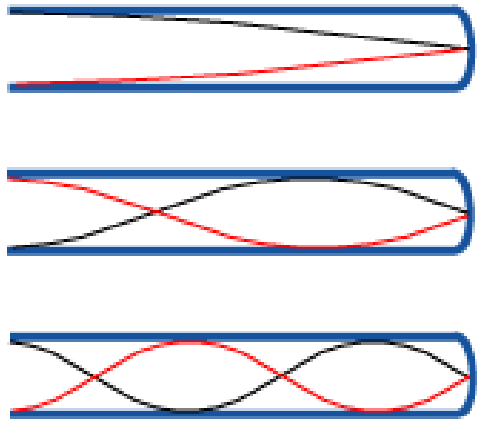


(b) cross section

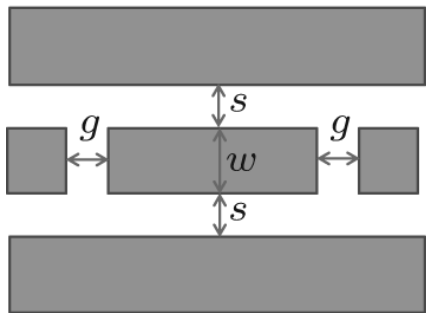


تشدید گر الکترومغناطیسی بر روی صفحه

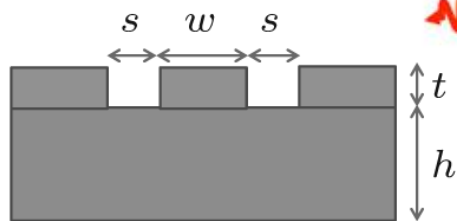
خط انتقال + شرایط مرزی = تشدید گر الکترومغناطیسی



(a) top view



(b) cross section

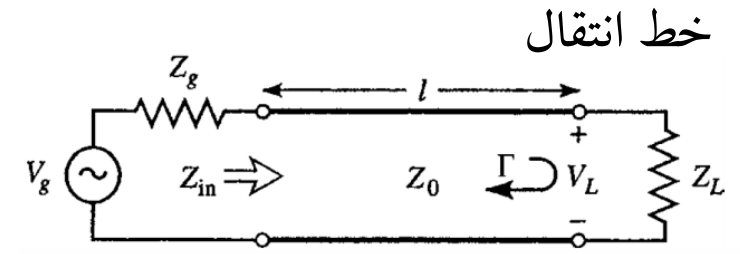
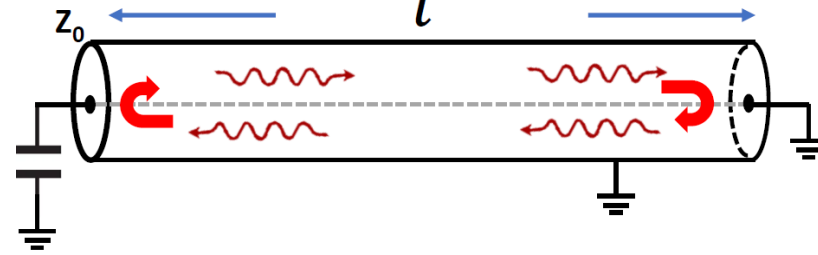


Byoung Ann, (2023)

Pozar, Microwave Engineering

A. Browaeys, (2013)

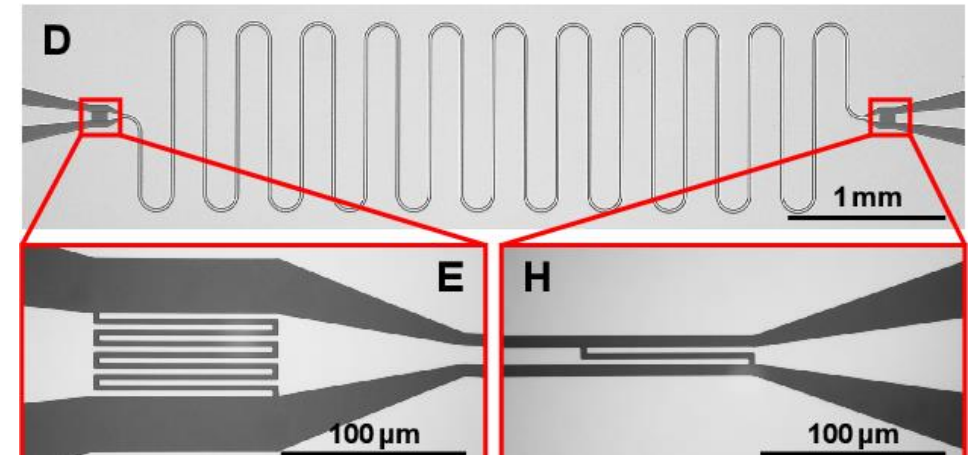
Chinese Phys. B, 24, 047403 (2015), JAP 104, 113904 (2008)



Transmission line

Controllable coupling κ

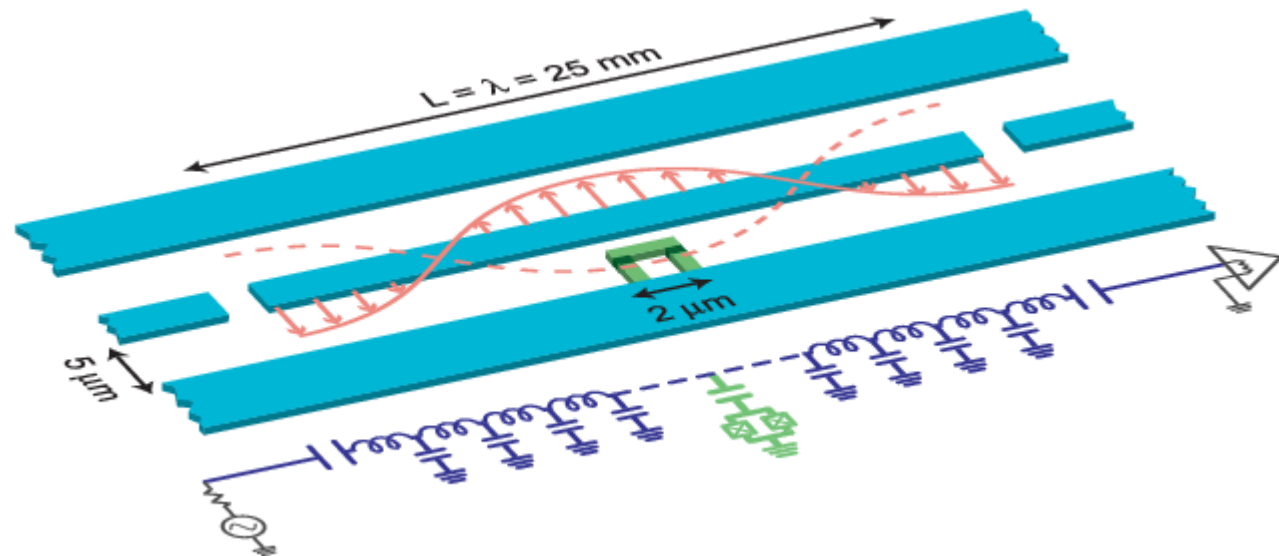
Resonator



Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics

A. Wallraff¹, D. I. Schuster¹, A. Blais¹, L. Frunzio¹, R.- S. Huang^{1,2}, J. Majer¹, S. Kumar¹, S. M. Girvin¹ & R. J. Schoelkopf¹

تولد الکترو دینامیک کوانتومی مداری

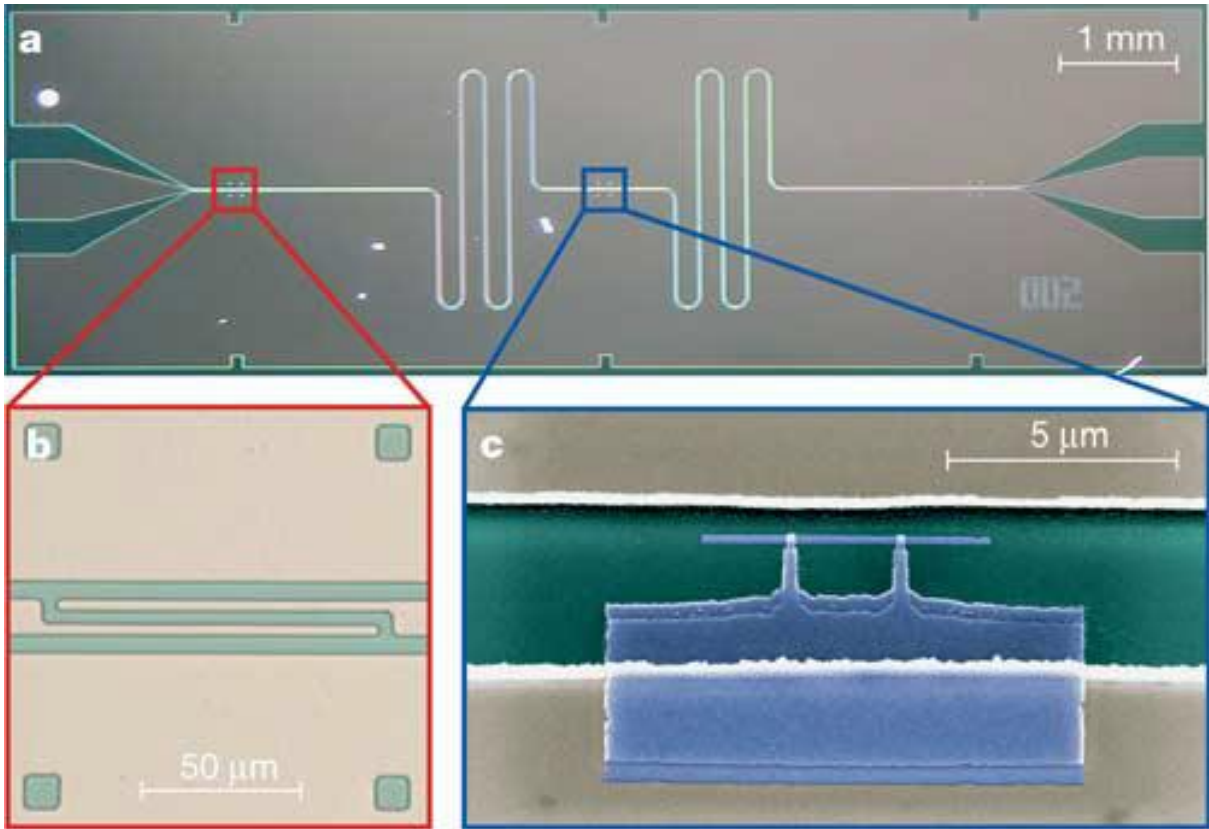


Nature, 43, 162, (2004)

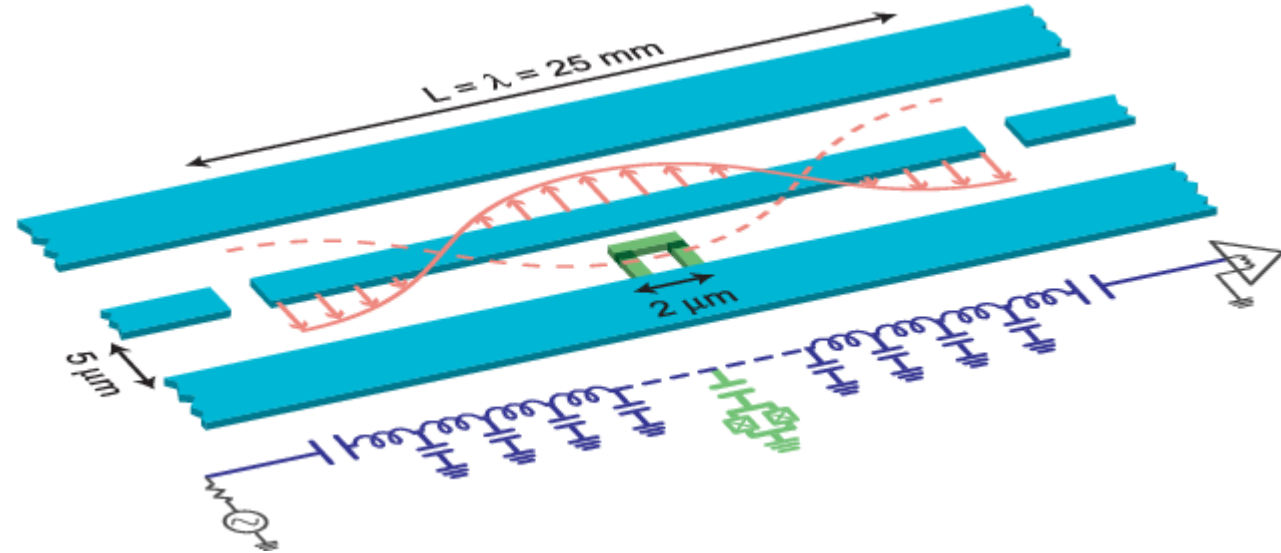
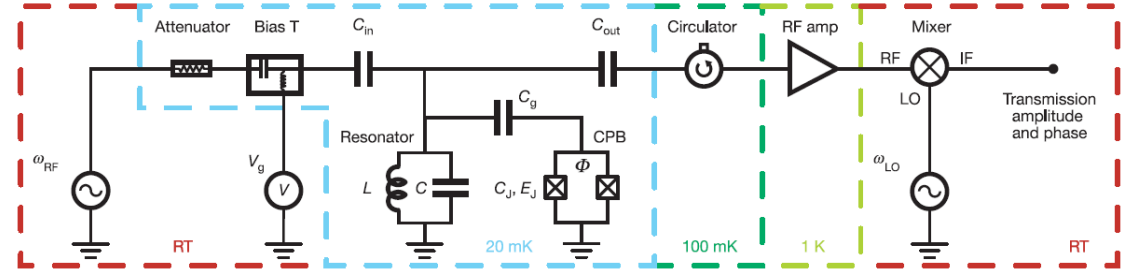
PRA, 69, 062320 (2004)

Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics

A. Wallraff¹, D. I. Schuster¹, A. Blais¹, L. Frunzio¹, R.- S. Huang^{1,2}, J. Majer¹, S. Kumar¹, S. M. Girvin¹ & R. J. Schoelkopf¹



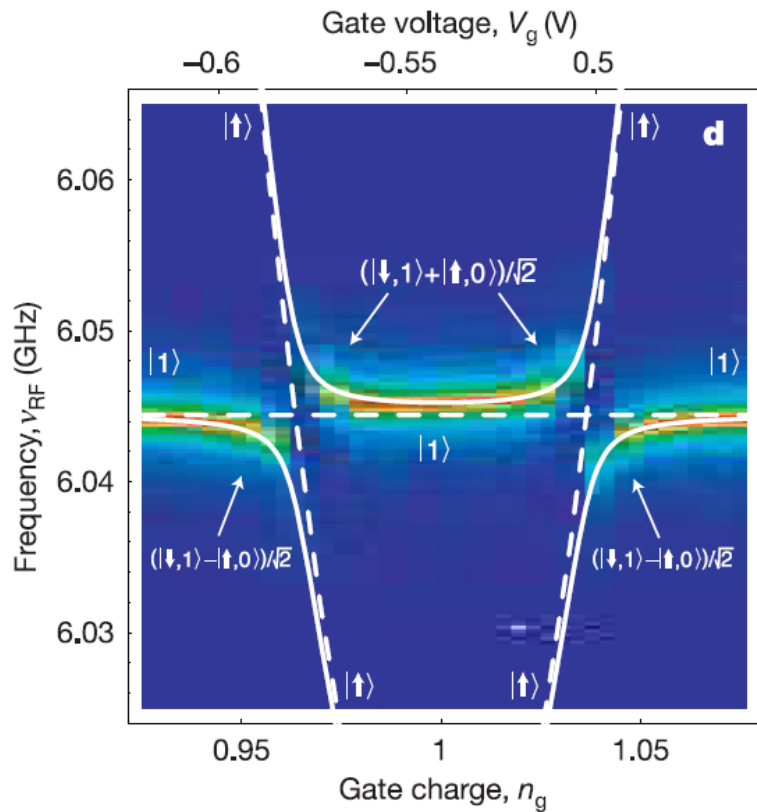
تولد الکترو دینامیک کوانتومی مداری



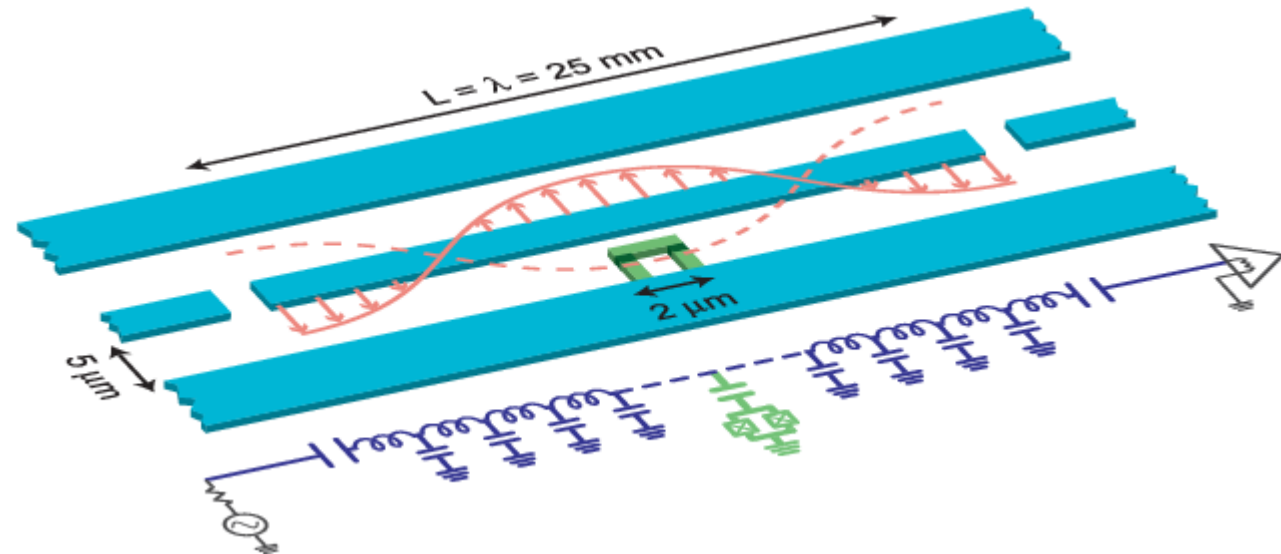
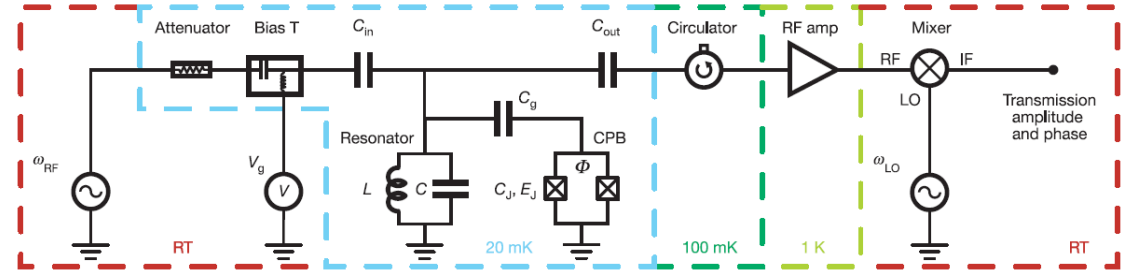
Nature, 43, 162, (2004)
PRA, 69, 062320 (2004)

Strong coupling of a single photon to a superconducting qubit using circuit quantum electrodynamics

A. Wallraff¹, D. I. Schuster¹, A. Blais¹, L. Frunzio¹, R.-S. Huang^{1,2}, J. Majer¹, S. Kumar¹, S. M. Girvin¹ & R. J. Schoelkopf¹



تولد الکترو دینامیک کوانتومی مداری



Nature, 43, 162, (2004)
PRA, 69, 062320 (2004)

کیوبیت ابررسانا متصل به تشدیدگر

- دمای عملیاتی: 20mK
- فرکانس عملیاتی: 4 – 8GHz
- بالاتر از 8GHz کار نمی کنیم چون ادوات مخابراتی کار در این محدوده فرکانسی بسیار گران بوده و کار با آنها به صرفه نیست.
- پایین تر 4GHz کار نمی کنیم چون نویز گرمایی محیط در دمای عملیاتی این کیوبیتها از این مرتبه است.
- چون گاف ابررسانایی در حدود 90GHz است، در این محدوده فرکانسی مطمئن هستیم هیچ شبه ذره ای در مدار ابررسانا به واسطه امواج الکترومغناطیسی تولید نمی شود.
- طول یک تشدیدگر یک چهارم موج با فرکانس کاری 6GHz برابر 1.25cm است که معمولا به صورت مارپیچ ساخته می شود.

$$|\psi\rangle = c_{\uparrow}|\uparrow\rangle + c_{\downarrow}|\downarrow\rangle$$

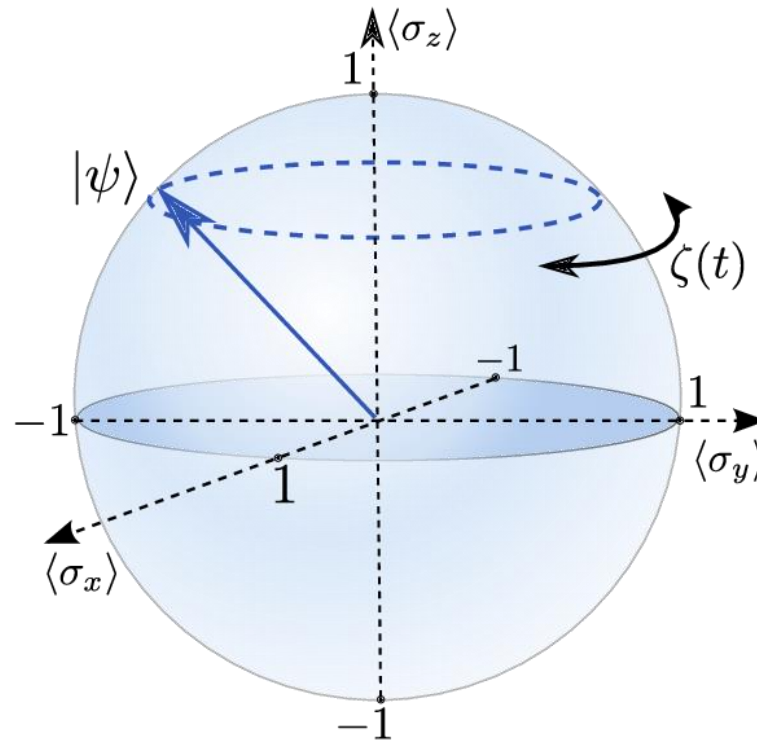
کنترل حالت کیوبیت

- نمایش حالت کیوبیت با کره بلوخ

$$|\psi\rangle = c_{\uparrow}|\uparrow\rangle + c_{\downarrow}|\downarrow\rangle$$

کنترل حالت کیوبیت

• نمایش حالت کیوبیت با کره بلوخ

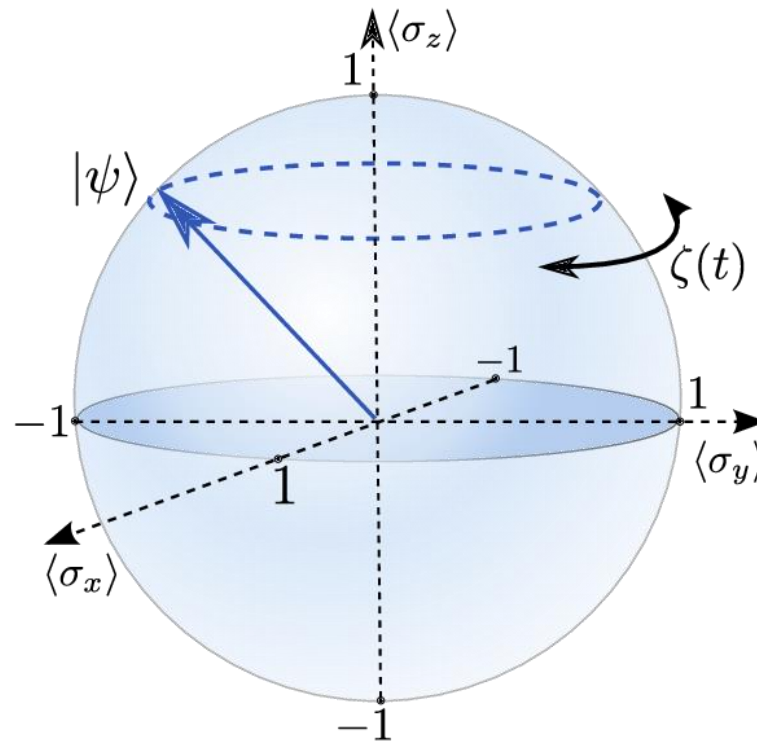


$$|\psi\rangle = c_{\uparrow}|\uparrow\rangle + c_{\downarrow}|\downarrow\rangle$$

کنترل حالت کیوبیت

$$\rho = \begin{pmatrix} |c_{\uparrow}|^2 & c_{\uparrow}c_{\downarrow}^* \\ c_{\downarrow}c_{\uparrow}^* & |c_{\downarrow}|^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(I + \vec{a} \cdot \vec{\sigma}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + a_z & a_x - ia_y \\ a_x + ia_y & 1 - a_z \end{pmatrix}$$

• نمایش حالت کیوبیت با کره بلوخ



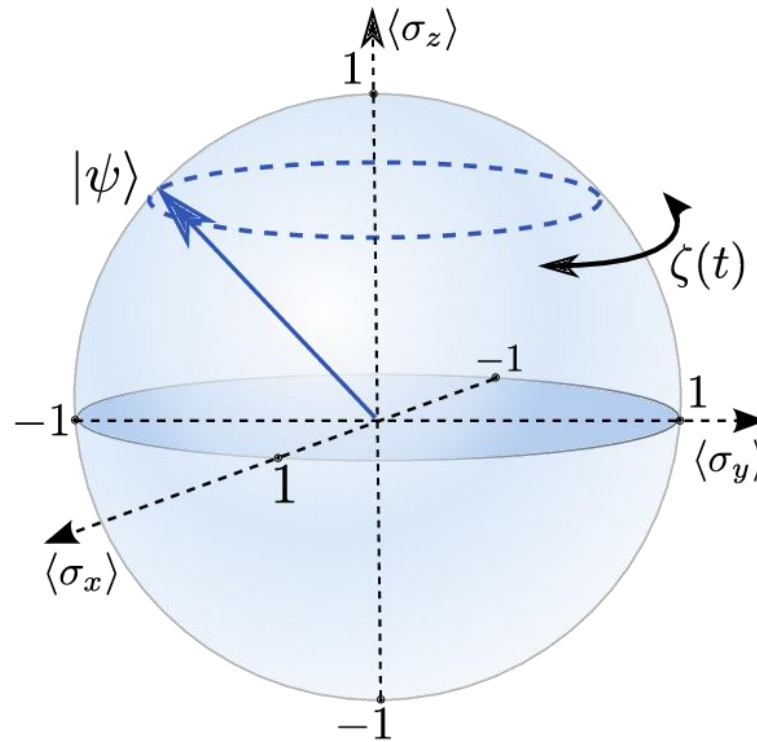
$$|\psi\rangle = c_{\uparrow}|\uparrow\rangle + c_{\downarrow}|\downarrow\rangle$$

کنترل حالت کیوبیت


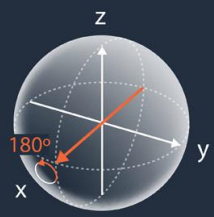

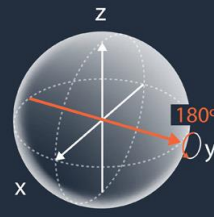

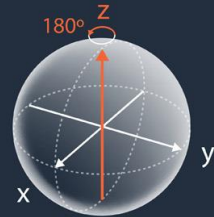
• نمایش حالت کیوبیت با کره بلوخ






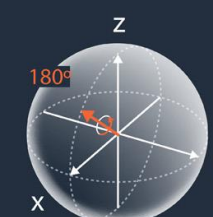
$$\rho = \begin{pmatrix} |c_{\uparrow}|^2 & c_{\uparrow}c_{\downarrow}^* \\ c_{\downarrow}c_{\uparrow}^* & |c_{\downarrow}|^2 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(I + \vec{a} \cdot \vec{\sigma}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + a_z & a_x - ia_y \\ a_x + ia_y & 1 - a_z \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} a_x &= \rho_{10} + \rho_{01} \\ a_y &= i(\rho_{10} - \rho_{01}) \\ a_z &= \rho_{00} - \rho_{11} \end{aligned}$$



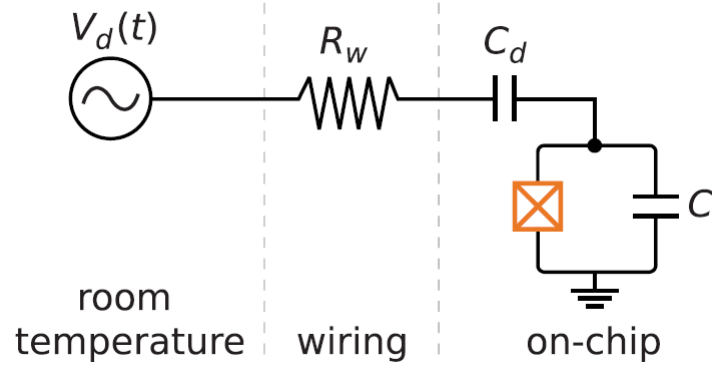
کنترل حالت کیوبیت

<p>X gate: rotates the qubit state by π radians (180°) about the x-axis.</p>		$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$1\rangle$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$0\rangle$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$ 1\rangle$	$ 0\rangle$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$ 1\rangle$									
$ 1\rangle$	$ 0\rangle$									
<p>Y gate: rotates the qubit state by π radians (180°) about the y-axis.</p>		$Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$i 1\rangle$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$-i 0\rangle$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$i 1\rangle$	$ 1\rangle$	$-i 0\rangle$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$i 1\rangle$									
$ 1\rangle$	$-i 0\rangle$									
<p>Z gate: rotates the qubit state by π radians (180°) about the z-axis.</p>		$Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$0\rangle$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$- 1\rangle$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$- 1\rangle$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$									
$ 1\rangle$	$- 1\rangle$									

<p>S gate: rotates the qubit state by $\frac{\pi}{2}$ radians (90°) about the z-axis.</p>		$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{2}} \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$0\rangle$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$e^{i\frac{\pi}{2}} 1\rangle$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$e^{i\frac{\pi}{2}} 1\rangle$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$									
$ 1\rangle$	$e^{i\frac{\pi}{2}} 1\rangle$									
<p>T gate: rotates the qubit state by $\frac{\pi}{4}$ radians (45°) about the z-axis.</p>		$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$0\rangle$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$e^{i\frac{\pi}{4}} 1\rangle$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$ 0\rangle$	$ 1\rangle$	$e^{i\frac{\pi}{4}} 1\rangle$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$ 0\rangle$									
$ 1\rangle$	$e^{i\frac{\pi}{4}} 1\rangle$									
<p>H gate: rotates the qubit state by π radians (180°) about an axis diagonal in the x-z plane. This is equivalent to an X-gate followed by a $\frac{\pi}{2}$ rotation about the y-axis.</p>		$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Input</th> <th>Output</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$0\rangle$</td> <td>$\frac{ 0\rangle + 1\rangle}{\sqrt{2}}$</td> </tr> <tr> <td>$1\rangle$</td> <td>$\frac{ 0\rangle - 1\rangle}{\sqrt{2}}$</td> </tr> </tbody> </table>	Input	Output	$ 0\rangle$	$\frac{ 0\rangle + 1\rangle}{\sqrt{2}}$	$ 1\rangle$	$\frac{ 0\rangle - 1\rangle}{\sqrt{2}}$	
Input	Output									
$ 0\rangle$	$\frac{ 0\rangle + 1\rangle}{\sqrt{2}}$									
$ 1\rangle$	$\frac{ 0\rangle - 1\rangle}{\sqrt{2}}$									

Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

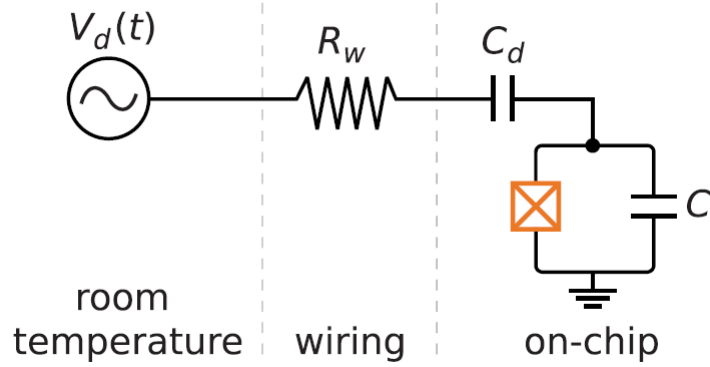
کنترل حالت کیوبیت ابررسانا



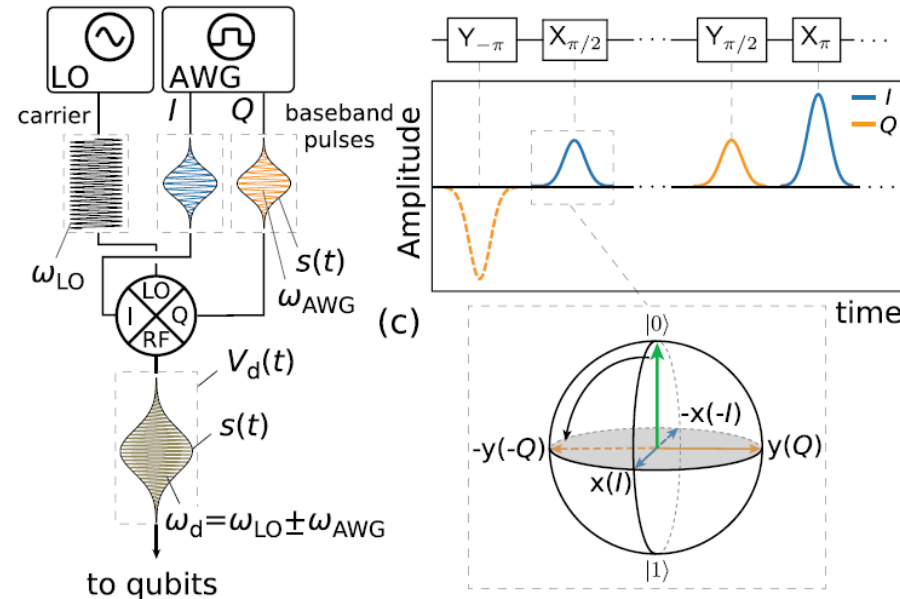
- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی کیوبیت در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس کیوبیت کاملاً برابر باشد.
- این شرط برای جلوگیری از اندازه گیری ناخواسته کیوبیت لازم است. تنها در این صورت ضریب بازتاب پالس مستقل از حالت کیوبیت می باشد.
- دامنه پالس، زاویه چرخش بردار حالت کیوبیت روی کره بلوخ را مشخص می کند.
- فاز پالس، مشخص کننده محور چرخش بردار حالت خواهد بود.

Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

کنترل حالت کیوبیت ابررسانا



- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی کیوبیت در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس کیوبیت کاملاً برابر باشد.
- این شرط برای جلوگیری از اندازه گیری ناخواسته کیوبیت لازم است. تنها در این صورت ضریب بازتاب پالس مستقل از حالت کیوبیت می باشد.
- دامنه پالس، زاویه چرخش بردار حالت کیوبیت روی کره بلوخ را مشخص می کند.
- فاز پالس، مشخص کننده محور چرخش بردار حالت خواهد بود.



Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

اندازه گیری غیرمخرب حالت کیوبیت

$$H \approx (a^\dagger a + \frac{1}{2})\omega_r - (\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta})\sigma_z - \frac{g^2}{\Delta}a^\dagger a\sigma_z + O(g^3)$$

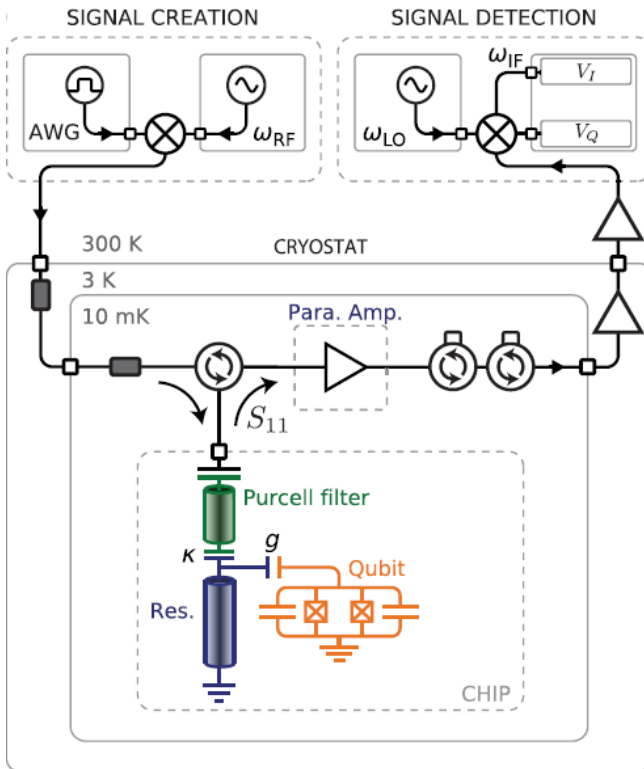
- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی تشدیدگر در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس تشدیدگر یکسان باشد. در این صورت ضریب بازتاب سیگنال به حالت کیوبیت وابسته است.

Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

اندازه گیری غیرمخرب حالت کیوبیت

$$H \approx (a^\dagger a + \frac{1}{2})\omega_r - (\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta})\sigma_z - \frac{g^2}{\Delta}a^\dagger a\sigma_z + O(g^3)$$

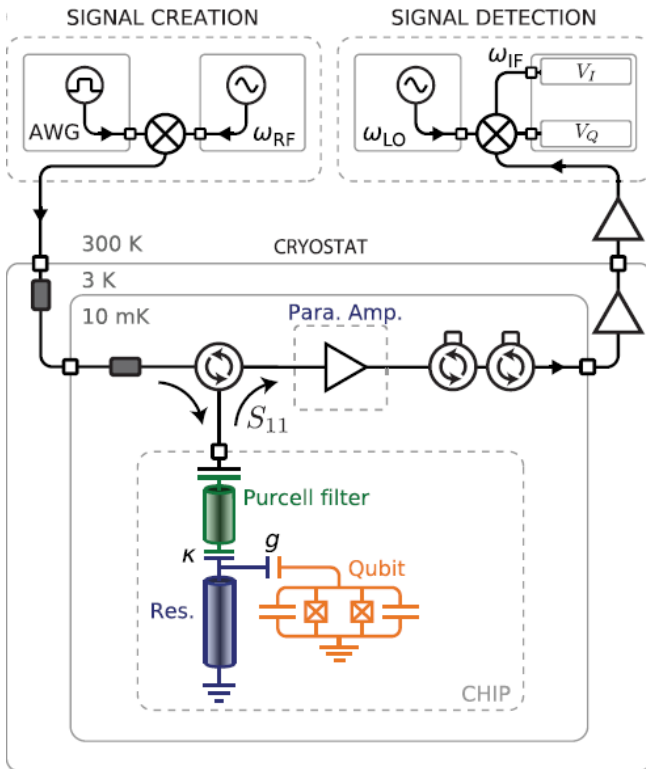
- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی تشدیدگر در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس تشدیدگر یکسان باشد. در این صورت ضریب بازتاب سیگنال به حالت کیوبیت وابسته است.



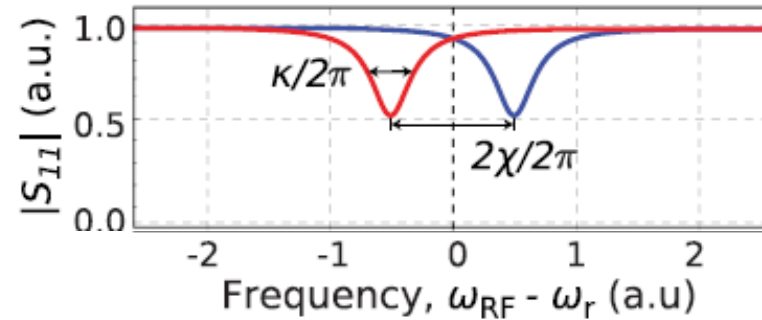
Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

اندازه گیری غیرمخرب حالت کیوبیت

$$H \approx (a^\dagger a + \frac{1}{2})\omega_r - (\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta})\sigma_z - \frac{g^2}{\Delta}a^\dagger a\sigma_z + O(g^3)$$



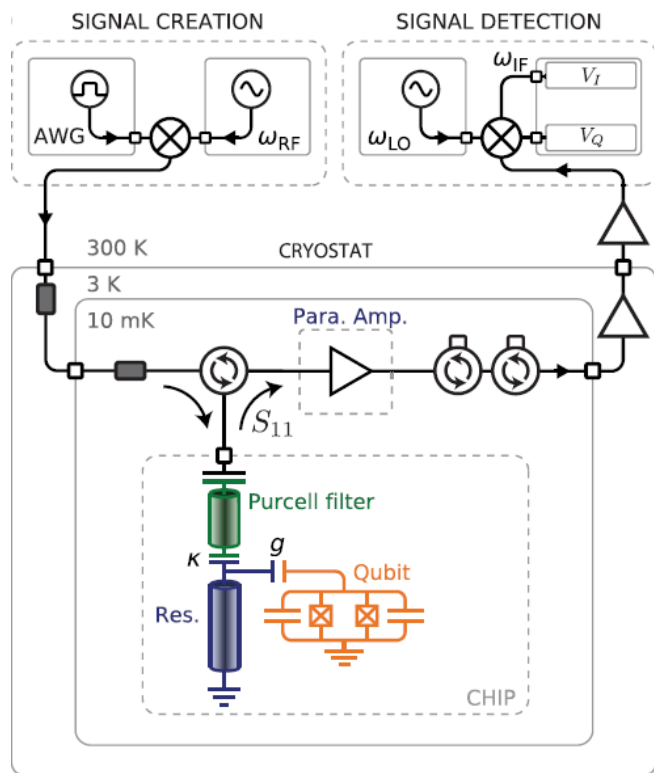
- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی تشدیدگر در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس تشدیدگر یکسان باشد. در این صورت ضریب بازتاب سیگنال به حالت کیوبیت وابسته است.
- با توجه به حالت کیوبیت، فرکانس سیگنال بازتابیده مقدار کمی تغییر می کند.



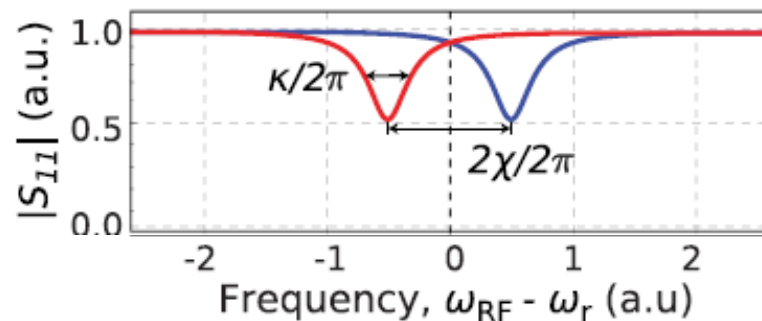
Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

اندازه گیری غیرمخرب حالت کیوبیت

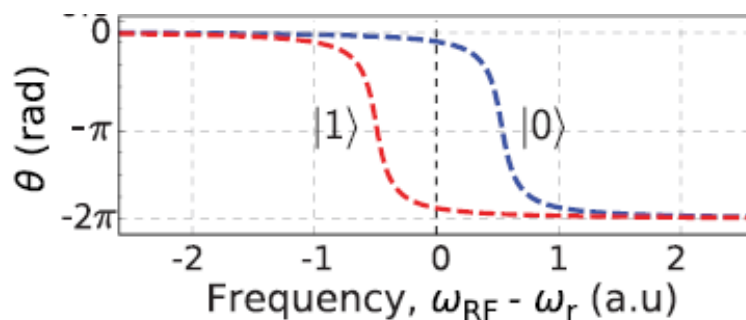
$$H \approx (a^\dagger a + \frac{1}{2})\omega_r - (\frac{\omega_0}{2} - \frac{g^2}{2\Delta})\sigma_z - \frac{g^2}{\Delta}a^\dagger a\sigma_z + O(g^3)$$



- با استفاده از اعمال پالس الکترومغناطیسی روی تشدیدگر در حالت $|\Delta| \gg g$
- فرکانس پالس بایستی با فرکانس تشدیدگر یکسان باشد. در این صورت ضریب بازتاب سیگنال به حالت کیوبیت وابسته است.
- با توجه به حالت کیوبیت، فرکانس سیگنال بازتابیده مقدار کمی تغییر می کند.

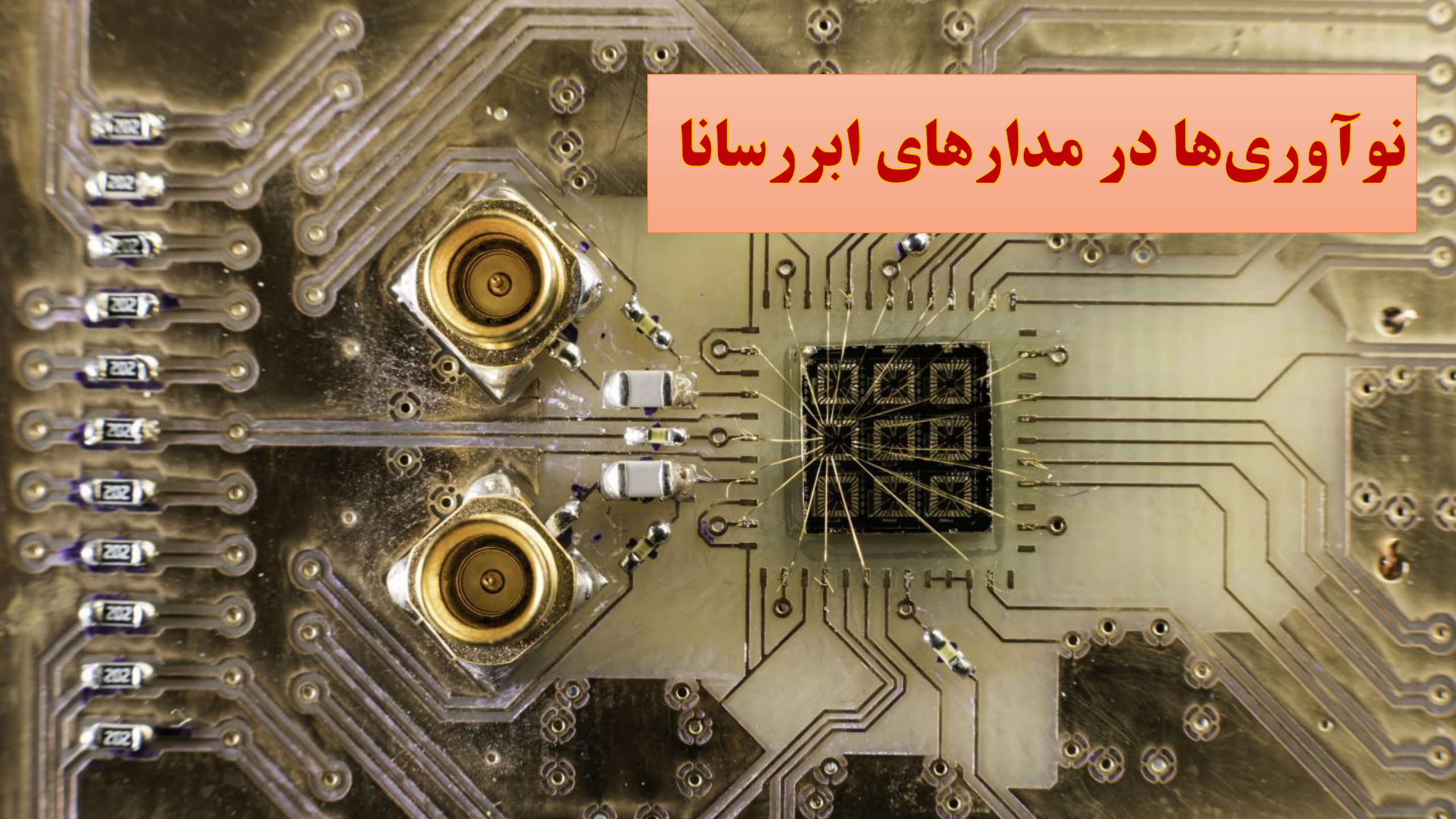


- با توجه به حالت کیوبیت، فاز سیگنال بازتابیده تغییر می کند.

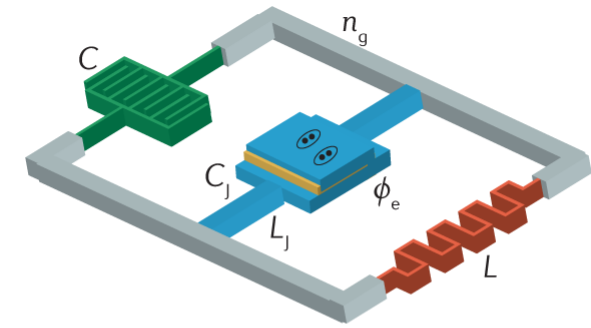


Appl. Phys. Rev. 6, 021318 (2019)

نوآوری‌ها در مدارهای ابررسانا



انواع کیوبیت



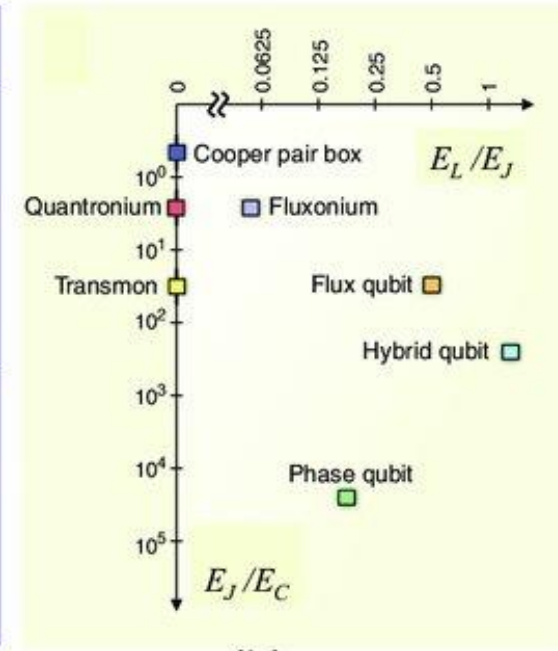
$$\hat{H} = E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos(\phi) + E_L \frac{(\hat{\phi} - \phi_e)^2}{2}$$

$$E_C = \frac{(2e)^2}{2(C + C_J)}$$

$$E_J = \frac{\hbar I_0}{2e}$$

$$E_L = \frac{\hbar^2}{4e^2 L}$$

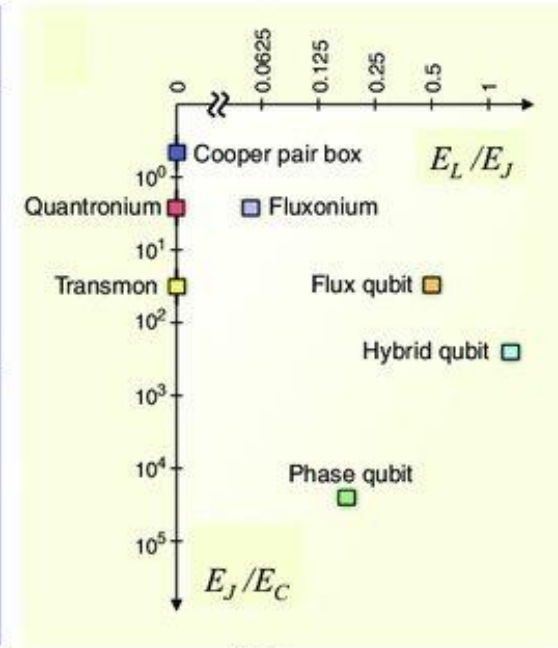
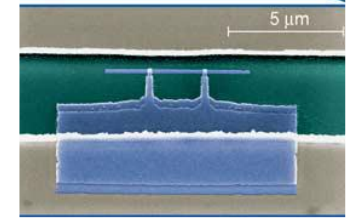
	Circuit	Properties	Dominant noise
Charge qubit		$E_J/E_C < 1$ Controlled by V_g .	Charge fluctuations; mainly $1/f$ noise.
		$E_J/E_C < 1$ Controlled by both V_g and ϕ_e .	
Flux qubit		$E_J/E_C > 1$ Controlled by ϕ_e .	Flux fluctuations; mainly $1/f$ noise.
		$E_J/E_C > 1$ $0.5 < \alpha < 1$ Controlled by ϕ_e .	



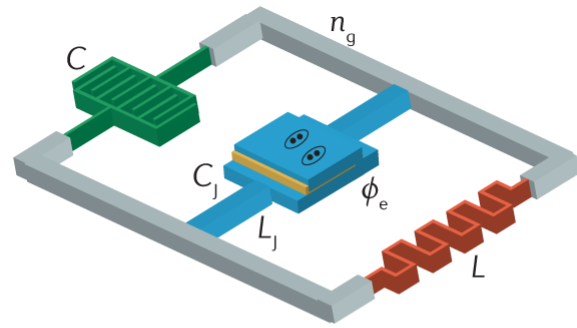
Siddiqi, Nature Reviews Materials, 6,875 (2021)

انواع کیوبیت

Yale 2004



	Circuit	Properties	Dominant noise
Charge qubit		$E_J/E_C < 1$ Controlled by V_g .	Charge fluctuations; mainly $1/f$ noise.
		$E_J/E_C < 1$ Controlled by both V_g and ϕ_e .	
Flux qubit		$E_J/E_C > 1$ Controlled by ϕ_e .	Flux fluctuations; mainly $1/f$ noise.
		$E_J/E_C > 1$ $0.5 < \alpha < 1$ Controlled by ϕ_e .	



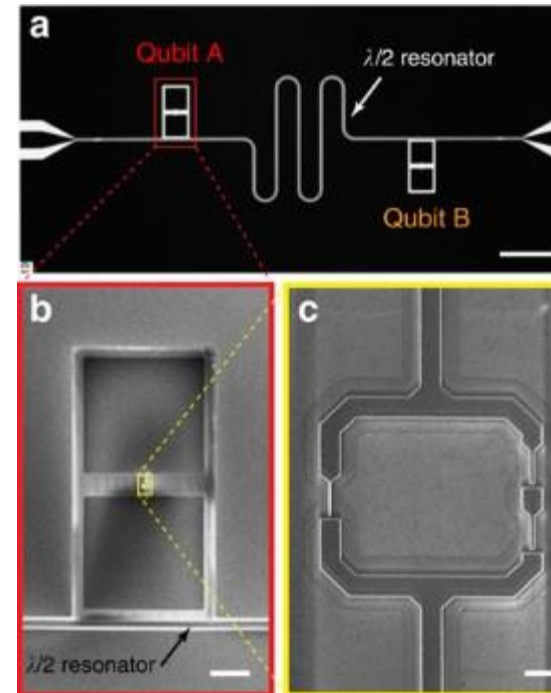
$$\hat{H} = E_C(\hat{n} - n_g)^2 - E_J \cos(\phi) + E_L \frac{(\hat{\phi} - \phi_e)^2}{2}$$

$$E_C = \frac{(2e)^2}{2(C + C_j)}$$

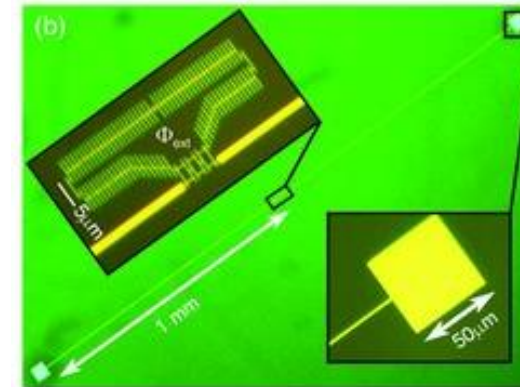
$$E_J = \frac{\hbar I_0}{2e}$$

$$E_L = \frac{\hbar^2}{4e^2 L}$$

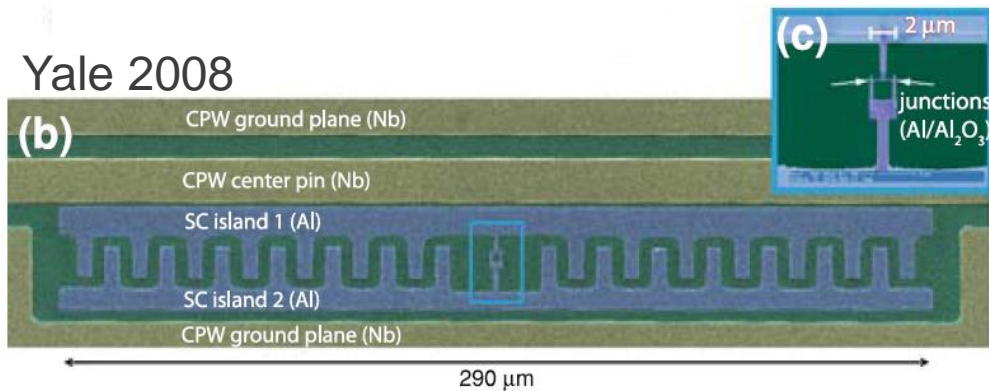
MIT 2016



Yale 2014

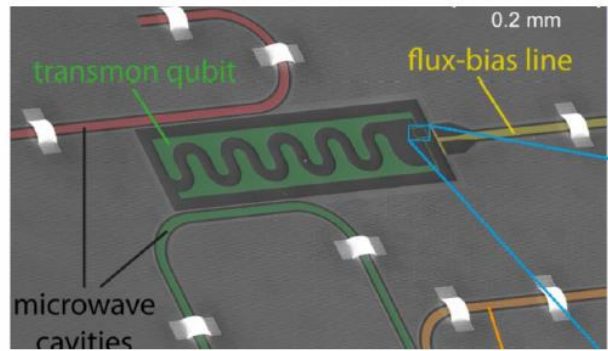
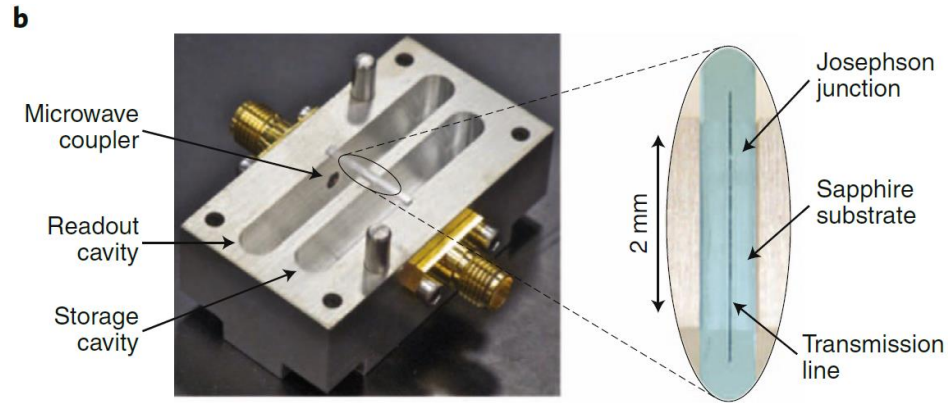
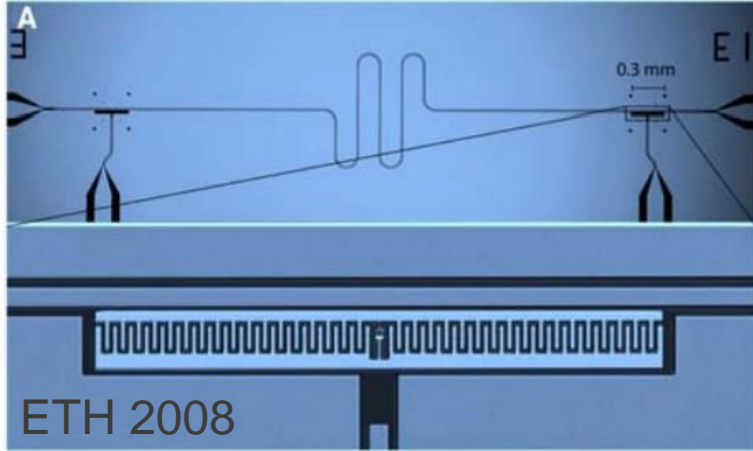


Yale 2008

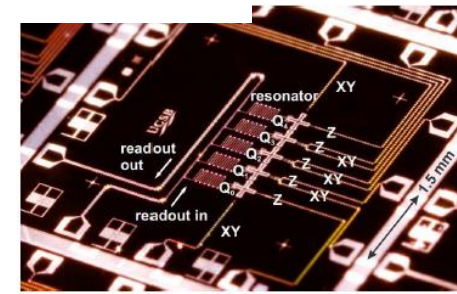


Siddiqi, Nature Reviews Materials, 6,875 (2021)

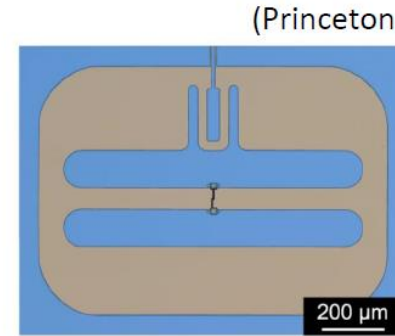
انواع کیوبیت ابررسانا



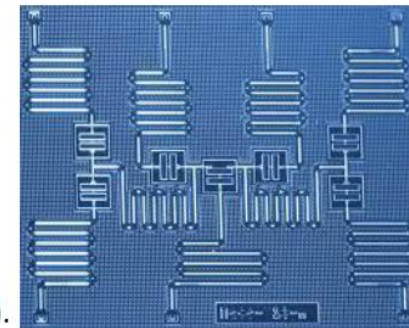
(QuTech).



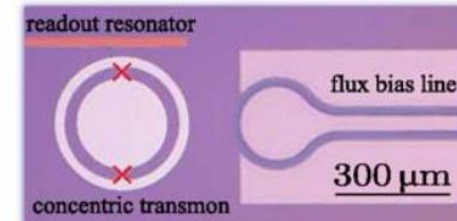
(UCSB).



(Princeton)



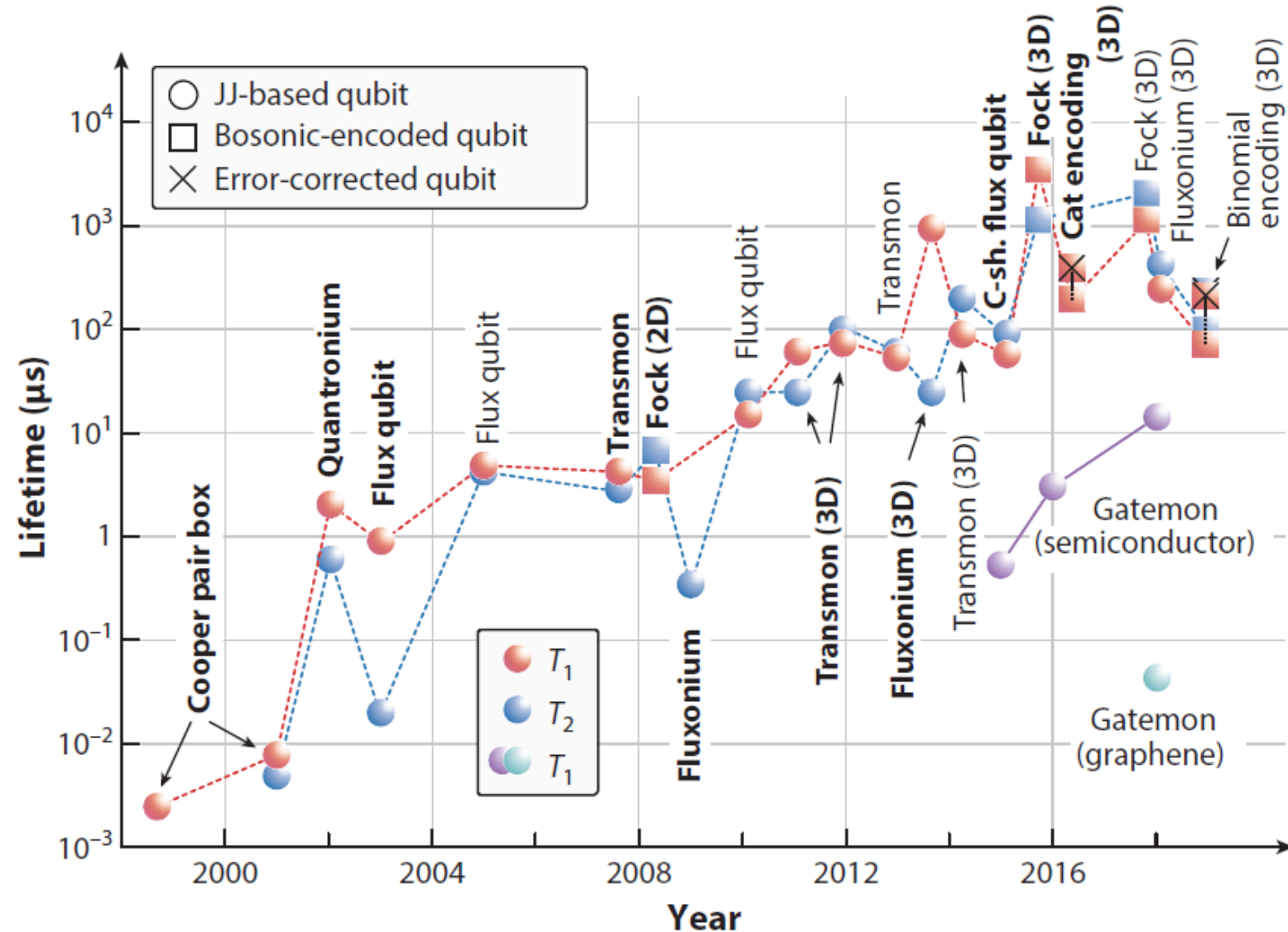
(IBM).



(NIST).

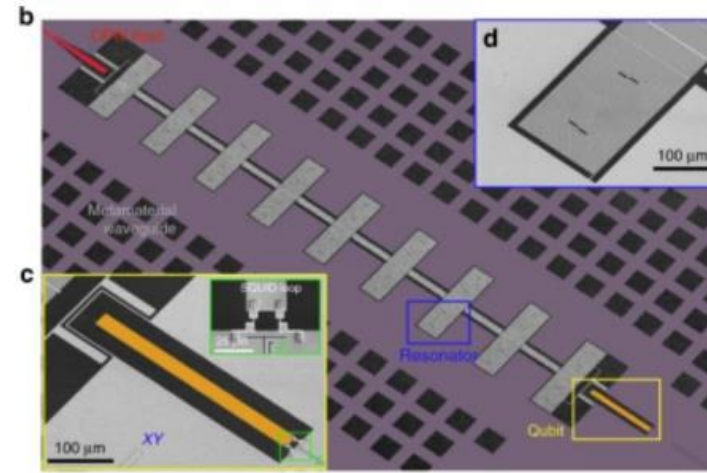
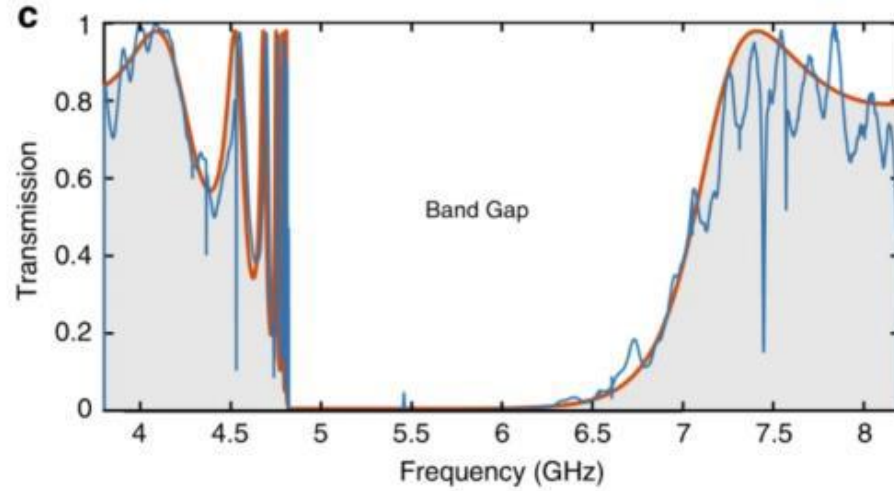
KRISS

پیشرفت در زمان همدوسی کوانتومی کیوبیت



پیشرفت در مدارهای ابررسانا

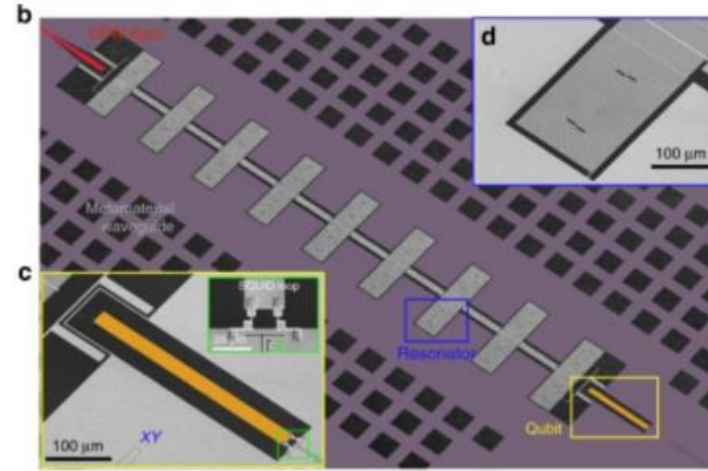
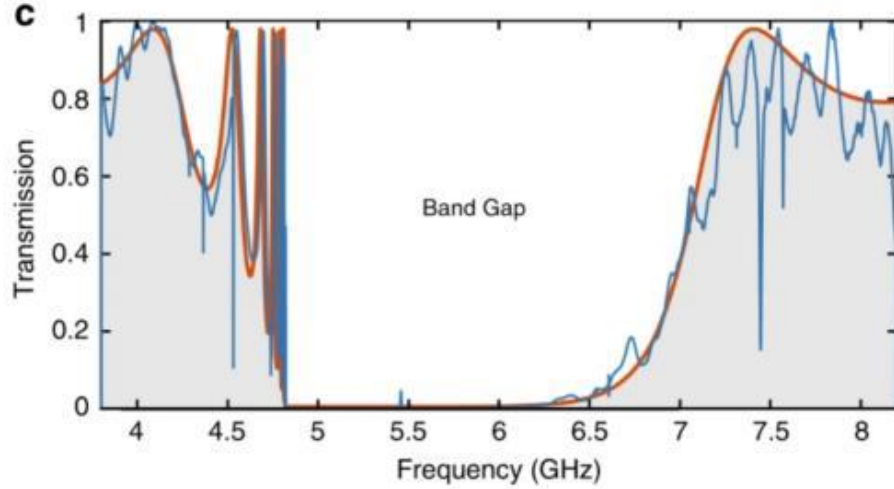
تشدیدگر با طیف گاف دار



Nat. Comm. 9, 3706 (2018).

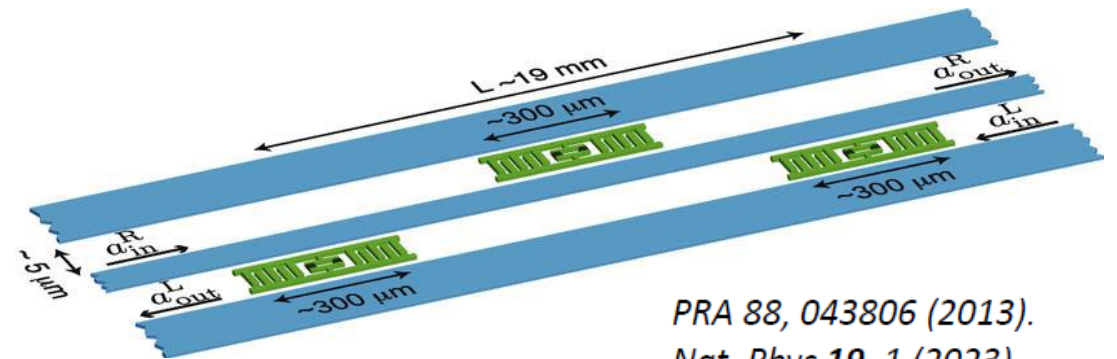
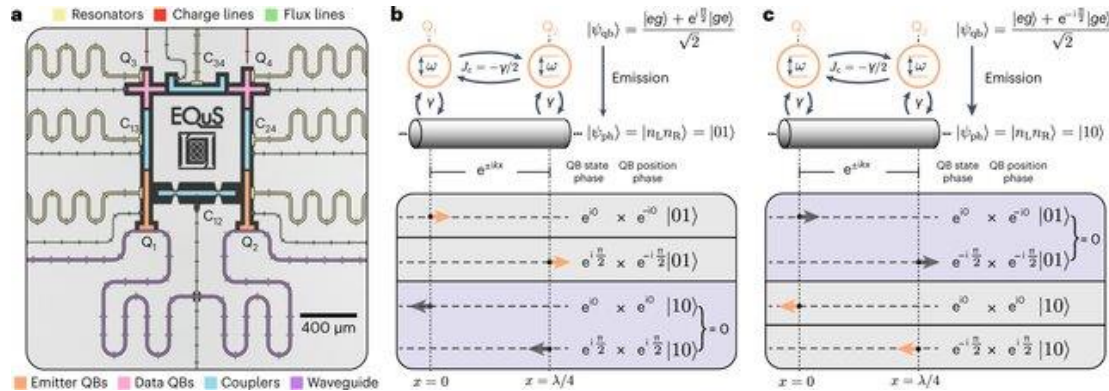
پیشرفت در مدارهای ابررسانا

تشدیدگر با طیف گاف دار



Nat. Comm. 9, 3706 (2018).

اتصال کیوبیت به موجبر



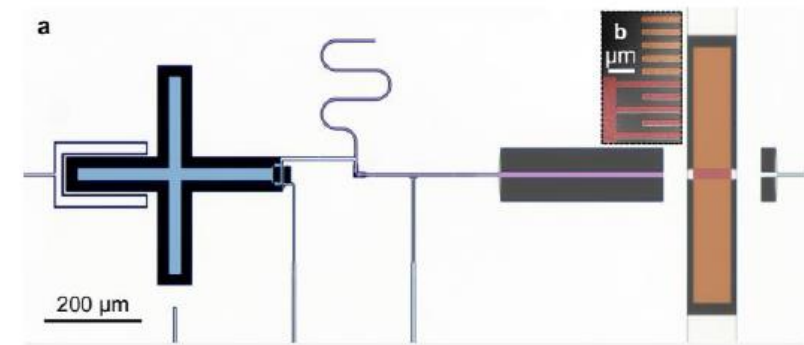
PRA 88, 043806 (2013).
Nat. Phys 19, 1 (2023).

پیشرفت در ساخت تشدیدگرها

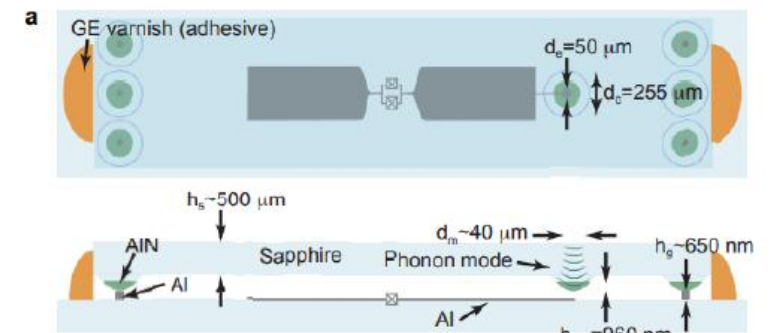


پیشرفت در ساخت تشدیدگرها

اتصال کیوبیت به فونون ها



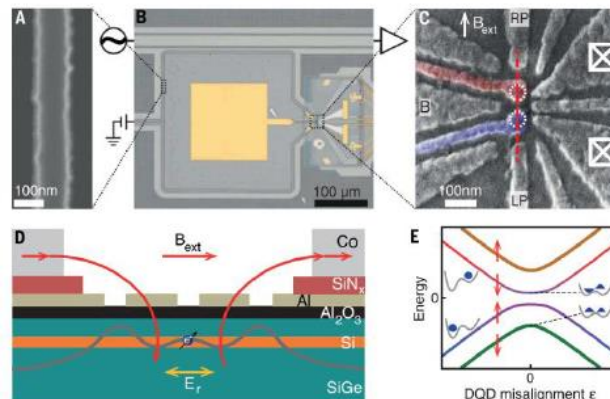
Nature 563, 661 (2018).



Nature 563, 666 (2018).

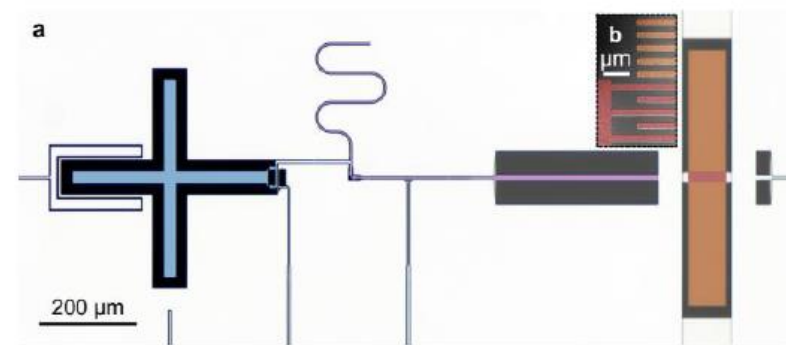
پیشرفت در ساخت تشدیدگرها

اتصال نقطه های کوانتومی به تشدیدگر

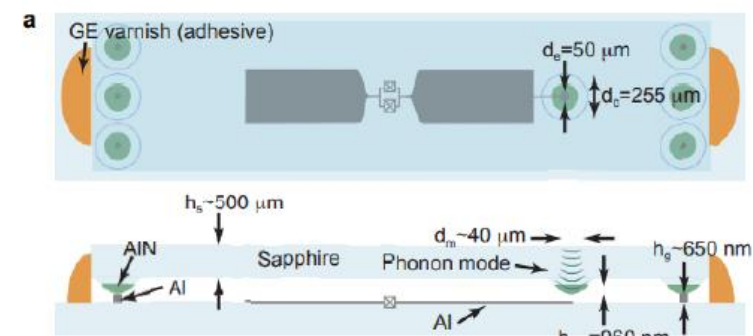


Science 359, 1123 (2018).

اتصال کیوبیت به فونون ها

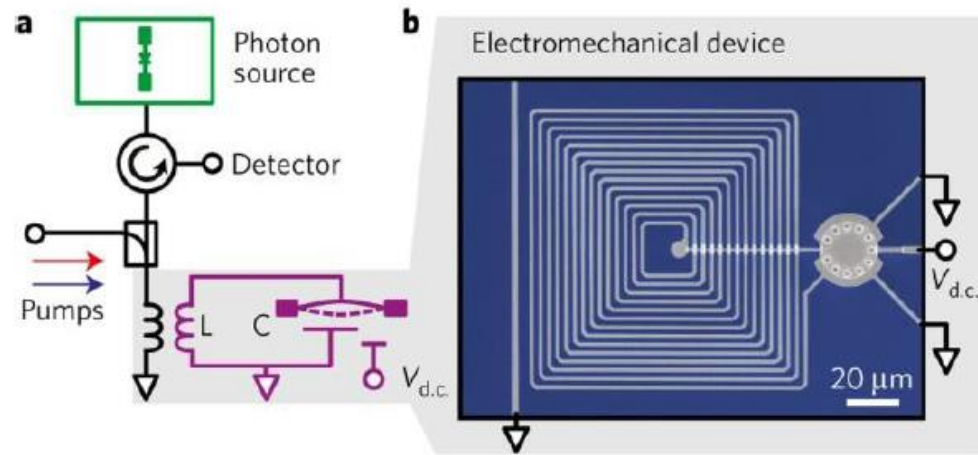


Nature 563, 661 (2018).



Nature 563, 666 (2018).

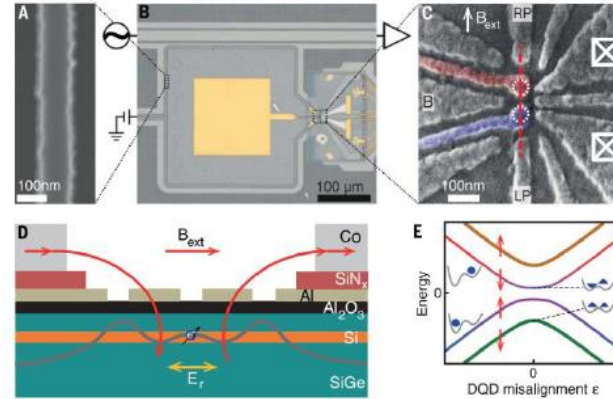
تشدید گر مکانیکی



Nat. Phys 13, 1163 (2018).

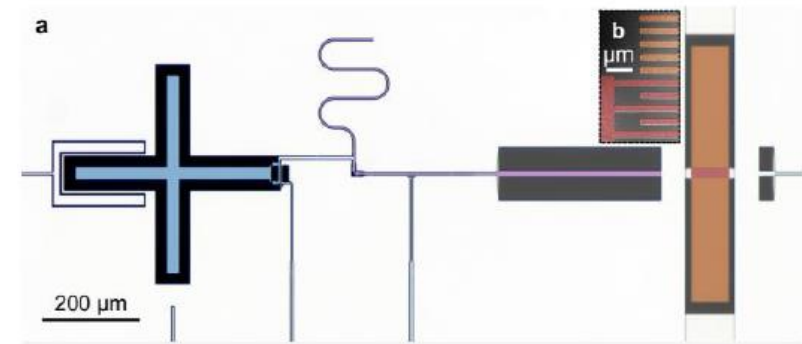
پیشرفت در ساخت تشدید گر ها

اتصال نقطه های کوانتومی به تشدید گر

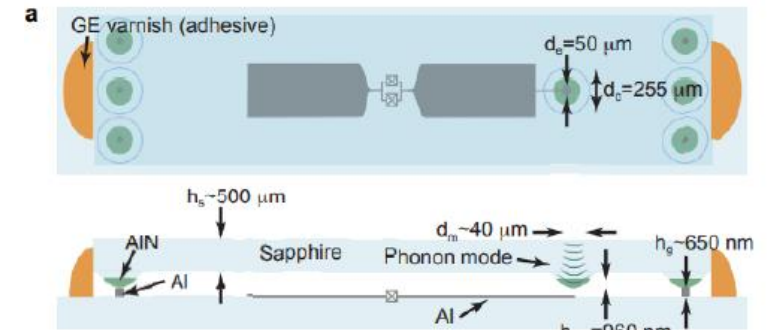


Science 359, 1123 (2018).

اتصال کیوبیت به فونون ها



Nature 563, 661(2018).



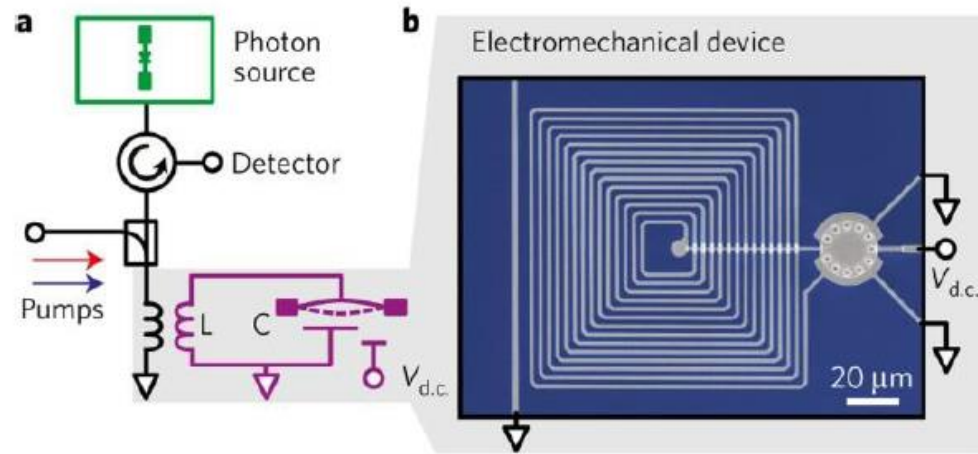
Nature 563, 666 (2018).

تشدید گر مکانیکی

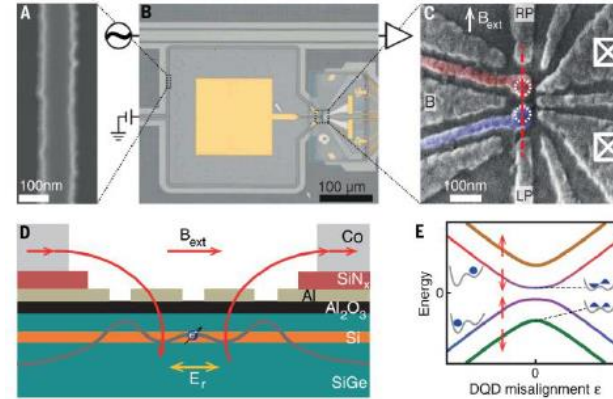
پیشرفت در ساخت تشدید گر ها

اتصال نقطه های کوانتومی به تشدید گر

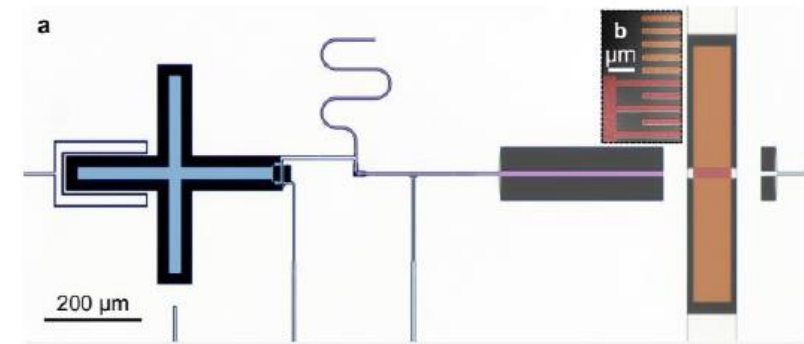
اتصال کیوبیت به فونون ها



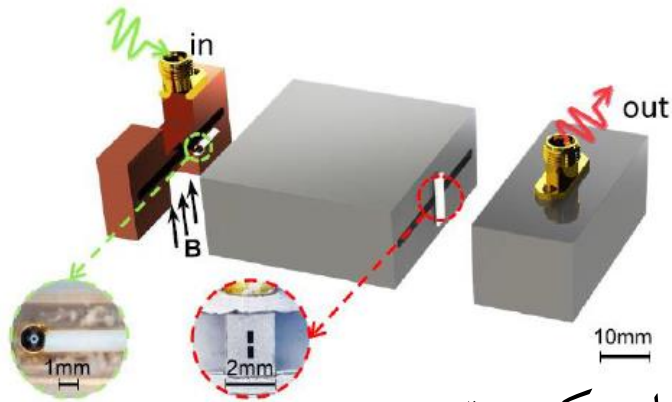
Nat. Phys 13, 1163 (2018).



Science 359, 1123 (2018).

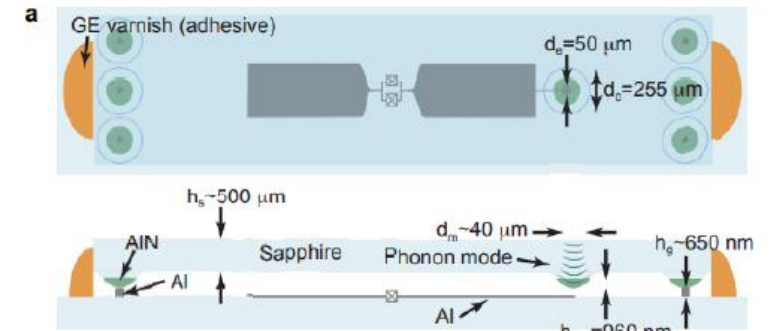


Nature 563, 661(2018).



اتصال مگنون ها به کیوبیت
ابرسیانا و کنترل آنها

PRL 130, 193603 (2023).



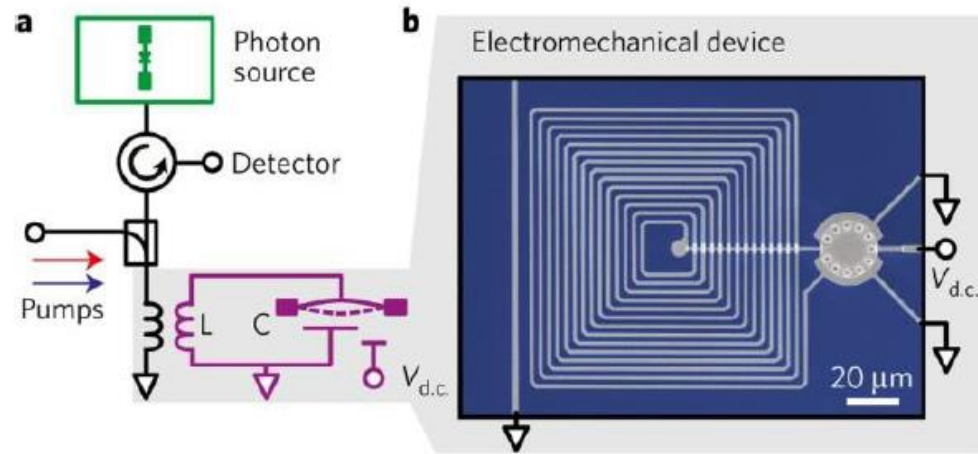
Nature 563, 666 (2018).

تشدید گر مکانیکی

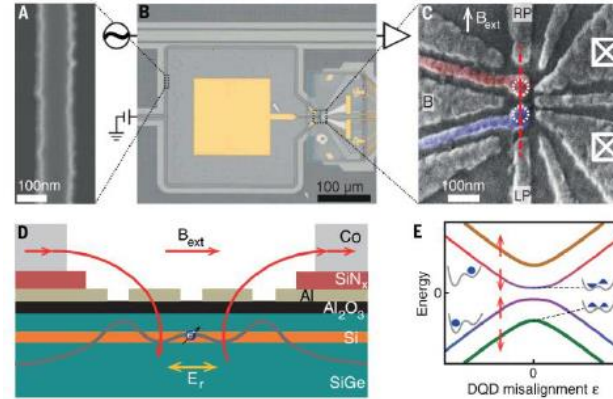
پیشرفت در ساخت تشدید گر ها

اتصال نقطه های کوانتومی به تشدید گر

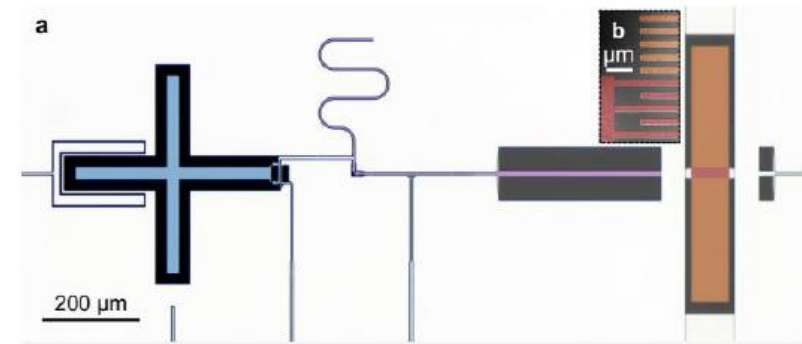
اتصال کیوبیت به فونون ها



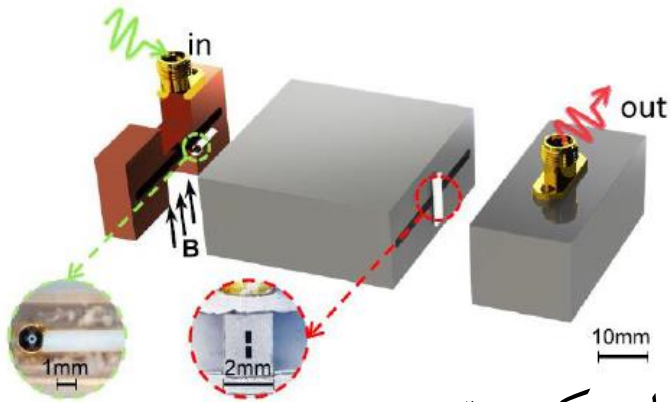
Nat. Phys 13, 1163 (2018).



Science 359, 1123 (2018).

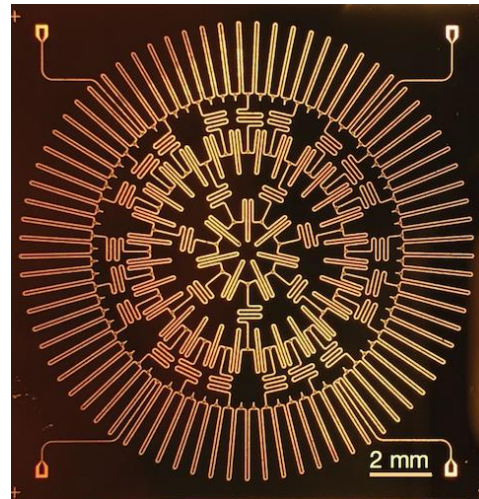


Nature 563, 661(2018).

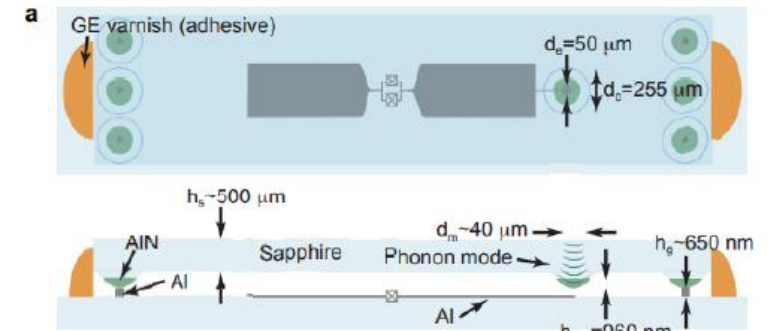


اتصال مگنون ها به کیوبیت
ابرسانا و کنترل آنها

PRL 130, 193603 (2023).

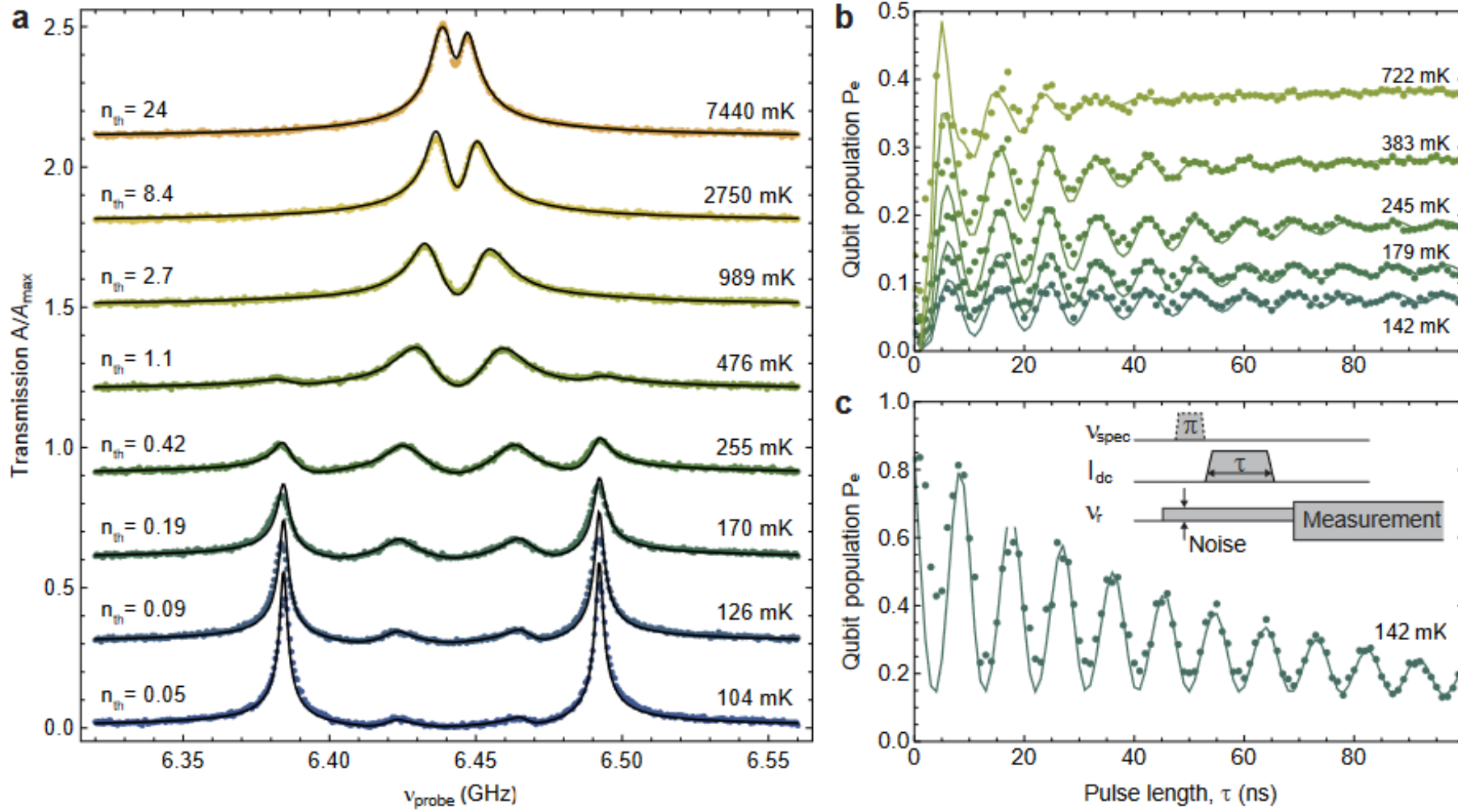


Nature 571, 45(2019) شبکه مدار ابرسانا



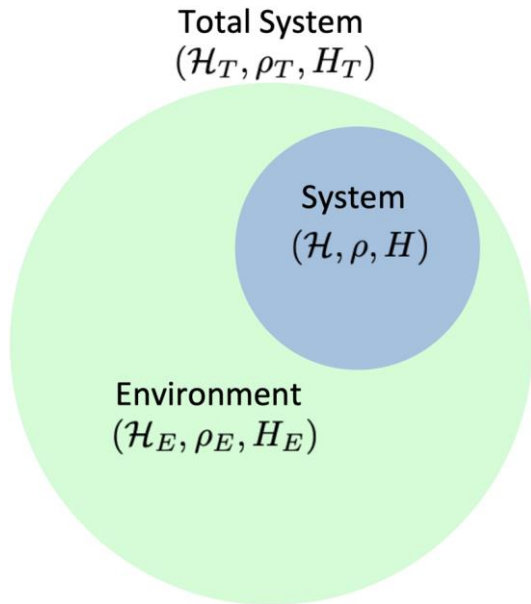
Nature 563, 666 (2018).

تحول زمانی مدارهای کوانتومی ابررسانا



سیستمهای باز کوانتومی

- چون کیوبیتها با محیط بیرون ارتباط دارند، یک سیستم باز کوانتومی هستند و تحول زمانی آنها با معادله شرودینگر معمولی قابل بررسی نیست.



$$\rho_T = |\psi\rangle\langle\psi|$$

$$\rho_T = \rho_s \otimes \rho_E$$

$$\langle \hat{O}(t) \rangle = \text{Tr}[\hat{O} \rho_T(t)]$$

$$\frac{d\hat{\rho}_s}{dt} = \underbrace{-i [\hat{H}_s(t), \hat{\rho}_s(t)]}_{\text{Liouvillian, unitary evolution}} + \underbrace{\sum_n \frac{1}{2} (2\hat{C}_n \hat{\rho}(t) \hat{C}_n^\dagger - \hat{\rho}(t) \hat{C}_n^\dagger \hat{C}_n - \hat{C}_n^\dagger \hat{C}_n \hat{\rho}(t))}_{\text{Lindbladian, non-unitary evolution}}.$$

$$\hat{C}_1 = \frac{1}{\sqrt{T_1}} |0\rangle\langle 1|$$

$$\hat{C}_2 = \frac{1}{\sqrt{T_2^*}} (|0\rangle\langle 0| - |1\rangle\langle 1|)$$

روشهای حل معادله تابع چگالی کاهش یافته

• بسط در پایه ویژه توابع سیستم، حالت‌های همدوس، حالت‌های فلوکه و یا ...

• استفاده از معادله Adjoint

$$\frac{d}{dt} A_H(t) = i [H, A_H(t)] + \sum_k \gamma_k \left(A_k^\dagger A_H(t) A_k - \frac{1}{2} A_H(t) A_k^\dagger A_k - \frac{1}{2} A_k^\dagger A_k A_H(t) \right)$$

$$\rho(t) = e^{(\hat{S} + \lambda \hat{\mathcal{L}})t} \rho(0) \approx \left(\sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \hat{S}^n + \lambda \sum_{n=1}^{\infty} \frac{t^n}{n!} \sum_{m=0}^{n-1} \hat{S}^m \hat{\mathcal{L}} \hat{S}^{n-m-1} \right) \rho(0)$$

• روش اختلالی

چند روش ساده سازی محاسبات

• استفاده از چارچوب چرخان (Rotating frame)

• تبدیل یکانی وابسته به زمان روی هامیلتونی

• فرم عملگر یکانی برای کیوبیت

$$H_{rot} = U_R(t)H_{lab}U_R^\dagger(t) + iU_R^\dagger(t)\partial_t U_R(t)$$

$$U_R(t) = e^{-i\omega_d t \sigma_z / 2}$$

• فرم عملگر یکانی برای کاواک

$$U_R(t) = e^{-i\omega_d t a^\dagger a}$$

• مثال

$$\hat{H}_{Lab} = \frac{\omega_q}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\Omega_d}{2} e^{i\omega_d t} \hat{\sigma}_- + \frac{\Omega_d}{2} e^{-i\omega_d t} \hat{\sigma}_+$$

$$\hat{H}_{Rot} = \frac{\omega_q - \omega_d}{2} \hat{\sigma}_z + \frac{\Omega_d}{2} \hat{\sigma}_- + \frac{\Omega_d}{2} \hat{\sigma}_+$$

چند روش ساده سازی محاسبات

- استفاده از تقریب موج چرخان (RWA):
 - اگر بعد از تبدیل یکانی هنوز بعضی از جملات وابسته به زمان بودن می توانیم از تقریب موج چرخان استفاده کنیم و در صورتی که فرکانس چرخش نسبت به مرتبه تغییرات زمانی خیلی بیشتر باشد می توانیم از آن جملات صرف نظر کنیم.

- استفاده از تبدیل Schrieffer-Wolff برای استخراج فرم اختلالی هامیلتونی سیستم بدون جمله برهمکنش در پایه های قطری شده سیستم.

$$U = e^{\hat{\eta}}; U^\dagger = e^{\hat{\eta}^\dagger} = e^{-\hat{\eta}}$$

- از یک تبدیل یکانی استفاده می کنیم

$$\tilde{H} \approx H_0 + V + [\hat{\eta}, H_0] + [\hat{\eta}, V] + \frac{1}{2}[\hat{\eta}, [\hat{\eta}, H_0]]$$

- حال داریم

$$\tilde{H} = H_0 + \frac{1}{2}[\hat{\eta}, V] \quad \text{آنگاه} \quad [\hat{\eta}, H_0] = -V$$

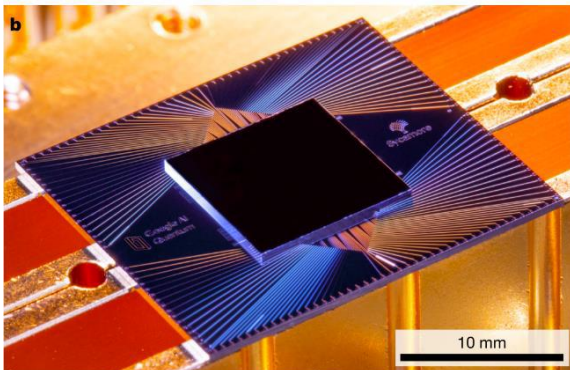
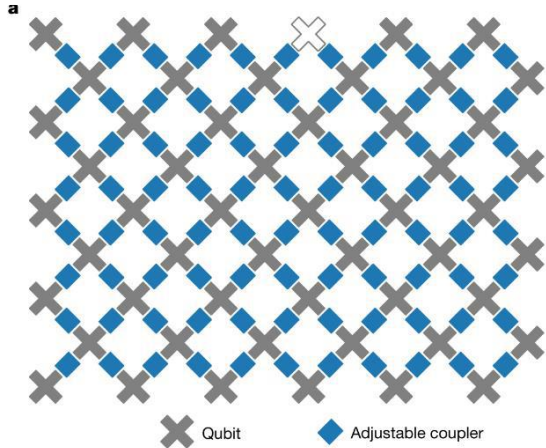
- اگر داشته باشیم

با تشکر از توجه شما



مدارهای مجتمع کوانتومی ابررسانا

53 Qubits Google



Nature, 574,505(2019)

127 Qubits IBM Eagle

